

DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN BANCO DE PRUEBAS ROTORKIT PARA
EL DESBALANCEO ROTATORIO DE EJES

FRANCISCO ANTONIO MOLINA CARVAJAL

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE OCCIDENTE
FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE ENERGETICA Y MECANICA
PROGRAMA DE INGENIERIA MECANICA
SANTIAGO DE CALI
2006

DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN BANCO DE PRUEBAS ROTORKIT PARA
EL DESBALANCEO ROTATORIO DE EJES

FRANCISCO ANTONIO MOLINA CARVAJAL

Trabajo de grado para optar al título de
Ingeniero Mecánico

Director
ROBERT COOPER
Ing. Mecánico, MSc.

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE OCCIDENTE
FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE ENERGETICA Y MECANICA
PROGRAMA DE INGENIERIA MECANICA
SANTIAGO DE CALI
2006

Nota de aceptación.

Aprobado por el comité de grado en cumplimiento de los requisitos exigidos por la Universidad Autónoma de Occidente para optar al título de Ingeniero Mecánico.

Héctor Enrique Jaramillo
Jurado

Miguel Ángel Hidalgo
Jurado

Santiago de Cali, 9 de Febrero de 2006

Querida familia, son cinco años de dedicación, sacrificios y esfuerzos que ahora se ven recompensados. Gracias por su comprensión, por su cariño.

Señores de INFIVALLE, sin ustedes no estaría escribiendo estas palabras; su apoyo fue el mejor símbolo de confianza en los jóvenes vallecaucanos. A ustedes dedico este trabajo.

AGRADECIMIENTOS

Viviana, Emerson, Robert, muchas gracias por ayudarme en este trabajo. Sus asesorías, ideas y compromiso me llevaron a la correcta conclusión de este proyecto.

Amigo Gustavo, asesor y consejero, gracias.

Pido disculpas a las demás personas que no menciono aquí y que de alguna manera influyeron en la realización de este trabajo, a todos ustedes muchas gracias por su ayuda.

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCION	16
1. OBJETIVO GENERAL	18
2. OBJETIVOS ESPECIFICOS	19
3. MARCO TEORICO	20
3.1 VIBRACIONES MECÁNICAS	20
3.1.1 Vibraciones libres	20
3.1.2 Vibraciones forzadas	24
3.1.3 Vibraciones amortiguadas	24
3.2 DESBALANCEO DINÁMICO	25
3.3 DISEÑO MECÁNICO	28
3.3.1 Cargas por fatiga	28
3.3.2 Limite de resistencia a la fatiga	30
3.3.3 Factores de reducción de resistencia	31
3.3.4 Efectos de la concentración de esfuerzos	34
3.3.5 Factor de seguridad	36
3.3.6 Cálculo de deflexiones estáticas	37
3.3.7 Cálculo de velocidad critica – Método de Rayleigh	37
4. MATERIALES Y MÉTODOS	39
5. CÁLCULOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	44

5.1 DISEÑO DISCOS ROTATORIOS	44
5.2 MAGNITUD DE LAS FUERZAS GENERADAS POR LAS MASAS AL GIRAR CON EL DISCO	47
5.3 CÁLCULO A FATIGA DEL EJE	51
5.3.1 Análisis a fatiga punto C	56
5.3.2 Geometría del eje	56
5.3.3 Factores de fatiga	58
5.4 CALCULO DE DEFLEXIONES POR METDO ESTÁTICO	59
5.5 SELECCIÓN DE RODAMIENTOS	64
5.6 DISEÑO ESTRUCTURAL	65
5.7 CALCULO DE VELOCIDAD CRÍTICA DEL SISTEMA	66
5.8 VERIFICACION DE MODOS DE VIBRACIÓN USANDO PAQUETE CAE	69
6. CONCLUSIONES	72
7. RECOMENDACIONES	73
BIBLIOGRAFIA	74
ANEXOS	75

LISTA DE TABLAS

	pág.
Tabla 1. Limite de resistencia a la fatiga para algunos materiales	31
Tabla 2. Factor de carga de acuerdo al tipo de carga aplicada	32
Tabla 3. Ecuaciones de factor de tamaño para diferentes diámetros	32
Tabla 4. Constantes A y b para diferentes acabados superficiales	33
Tabla 5. Ecuaciones de factor de temperatura en diferentes intervalos	34
Tabla 6. Factores de confiabilidad	34
Tabla 7. Constante de Neuber para aceros	35
Tabla 8. Momentos flectores resultantes en varios puntos del eje	55

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Sistema masa resorte	21
Figura 2. Relación entre desplazamiento, velocidad y aceleración en movimiento armónico simple	23
Figura 3. Modelamiento de un sistema en desbalanceo dinámico	26
Figura 4. Sistema balanceado estáticamente	27
Figura 5. Sistema balanceado dinámicamente	27
Figura 6. Carga totalmente alternante versus tiempo	29
Figura 7. Carga repetida versus tiempo	29
Figura 8. Carga fluctuante versus tiempo	30
Figura 9. Valores de A_{95} Para diferentes secciones transversales	33
Figura 10. Geometría del disco rotatorio y ángulo de desfase	45
Figura 11. Distribución de cargas en discos rotatorios	49
Figura 12. Vectores de fuerza generados en un disco rotatorio	49
Figura 13. Geometría del conjunto eje – discos y cargas aplicadas	51
Figura 14. Diagrama de cortante versus distancia plano y – z	52
Figura 15. Diagrama de momentos versus distancia plano y – z	52
Figura 16. Diagrama de cortante versus distancia plano x – z	54
Figura 17. Diagrama de momentos versus distancia plano x - z	54
Figura 18. Primer modo de vibración – Vista Frontal	70

Figura 19. Primer modo de vibración – Vista Isométrica	70
Figura 20. Primer modo de vibración – Frecuencia de resonancia	71

LISTA DE ANEXOS

	pág.
Anexo A. Tabla de deflexiones en vigas	75
Anexo B. Hojas de cálculo	76
Anexo C. Planos de fabricación	85

GLOSARIO

ACELERACIÓN: Razón de cambio de la velocidad respecto al tiempo.

ACELERÓMETRO: Sensor y transductor cuya entrada es la amplitud de aceleración y tiene una salida de voltaje de baja impedancia.

ALINEACIÓN: Posición en la cual las líneas centro de dos ejes deben ser lo mas colineales posible, durante el tiempo de operación normal de la máquina.

AMPLITUD: Es el máximo valor que presenta una onda sinusoidal.

ANÁLISIS ESPECTRAL: Es la interpretación que se le hace a un espectro para determinar el significado físico de lo que pasa en una máquina.

ARMÓNICO: Son frecuencias de vibración que son múltiples integrales de una frecuencia fundamental específica.

AXIAL: Posición del sensor que va en el sentido de la línea del eje.

BALANCEO: Procedimiento por medio del cual se trata de hacer coincidir el centro de masa de un rotor con su centro de rotación, de manera que se pueda eliminar el mayor número de fuerzas inerciales.

CENTRO DE GRAVEDAD: Es la representación de la masa de un cuerpo en un punto.

CICLO: Es un rango de valores en los cuales un fenómeno periódico se repite.

DESPLAZAMIENTO: Cambio de posición de un objeto o partícula de acuerdo a una sistema de referencia.

DOMINIO DE LA FRECUENCIA: Es la representación gráfica de la vibración en la cual se enfrentan Amplitud vs. Frecuencia.

DOMINIO DEL TIEMPO: Es la representación gráfica de una señal de vibración en la cual se enfrentan Amplitud vs. Tiempo.

ESPECTRO: Sinónimo de dominio de la frecuencia.

EXCENTRICIDAD: Variación del centro de rotación del eje con respecto al centro geométrico del rotor.

FASE: Es un retardo en el tiempo de dos señales, expresado en grados de rotación.

FATIGA: Tendencia de un material a romperse bajo deflexiones repetidas.

FRECUENCIA: Es el recíproco del período y significa número de oscilaciones completas por unidad de tiempo.

FRECUENCIA NATURAL (FN): Es la frecuencia que presenta cada componente por su propia naturaleza y características. Esta frecuencia oscilará si es excitada por agente externo que opere a una frecuencia muy cercana.

HZ: Unidad mas común de la frecuencia. Equivale a ciclos por segundo.

MASA EQUILIBRANTE: Masa utilizada en balanceo, para contrarrestar la masa desbalanceadora.

ONDA EN EL TIEMPO: Es la representación instantánea de una señal dinámica con respecto al tiempo.

PERÍODO: Es el tiempo necesario para que ocurra una oscilación o se complete un ciclo. Generalmente está dada en minutos y segundos.

RESONANCIA: Se presenta cuando la frecuencia natural de un componente es excitada por un agente externo. La amplitud de vibración de la máquina se incrementará enormemente causando perjuicios a todos sus componentes.

RPM: Otra de las unidades de frecuencia. Equivale al número de ciclos por minuto que presenta la máquina.

SENSOR: Es un dispositivo de medición que transforma una variable física en una señal eléctrica. En nuestro caso pasa de una señal física de vibración y la convierte en una señal eléctrica.

SEÑAL: Es toda información de magnitud física variable que se convierte a magnitud eléctrica mediante un transductor.

TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER (FFT): Es una técnica para calcular por medio de un computador la frecuencia de las series que conforman la onda en el dominio del tiempo.

VECTOR: Es una cantidad dotada de magnitud y dirección.

VELOCIDAD: Razón de cambio del desplazamiento respecto al tiempo.

VIBRACIÓN: Es un movimiento oscilatorio.

VIBRACIÓN ALEATORIA: Frecuencias que no cumplen con patrones especiales que se repiten.

RESUMEN

Este trabajo desarrolló un sistema simulador de vibraciones, el cual permite a los estudiantes imitar en el laboratorio las condiciones de operación de sistemas rotacionales en la industria. Para desarrollar este equipo fue necesario implementar las metodologías de diseño mecánico, modos de vibración, así como las teorías relacionadas con desbalanceo estático y dinámico.

A partir de los cálculos realizados se obtuvieron las medidas adecuadas de los elementos, garantizando un factor de seguridad aceptable en condiciones de vida infinita, también se calculó la velocidad crítica del sistema rotacional y se realizó una selección de rodamientos apropiados. El uso de paquetes CAE permitió verificar los modos de vibración del sistema.

Fue necesario el uso de paquetes CAD para el desarrollo de la estructura que soporta el conjunto rotacional (Eje – Discos). A partir de los archivos CAD se generaron planos de fabricación para las diferentes piezas necesarias en el banco Rotorkit.

Este trabajo permitirá generar avances considerables en el estudio de las vibraciones mecánicas, especialmente en el área de mantenimiento predictivo, donde el análisis de vibraciones evita daños y por ende sobre costos.

INTRODUCCION

Las vibraciones mecánicas, como una de las ramas más importantes de la ingeniería mecánica, necesita un estudio más especializado por parte de la UAO. Es por esto que la implementación de sistemas de simulación y monitoreo de vibraciones, se vuelven más que necesarios para la formación de Ingenieros Mecánicos competentes en el área de investigación académica y sector industrial.

El estudio de Vibraciones Mecánicas no sólo abarca una materia con dicho nombre, sino que encuentra aplicaciones en diferentes asignaturas de la Ingeniería Mecánica como Física II, pasando por Sistemas Dinámicos, Mecánica II, Control, Diseño Mecánico I y II hasta llegar a Vibraciones Mecánicas.

Por esto, el desarrollo de un laboratorio de Vibraciones Mecánicas representa un gran avance para la enseñanza de muchas materias que involucran temas en común, formando al ingeniero mecánico en una de las ramas con mayor futuro y perspectivas de desarrollo en el país como es el *“Mantenimiento Predictivo”*, el cual busca, mediante el monitoreo y análisis de vibraciones, identificar cualquier posibilidad de falla en una máquina.

Para el laboratorio es muy importante el diseño de un *“Banco Rotorkit”* para analizar el desbalanceo dinámico de ejes y el procedimiento para corregirlo. Este elemento genera vibraciones por la excitación de un eje, las cuales deberán monitorear los estudiantes para su posterior análisis y a partir de este generar perspectivas de solución.

En este documento se desarrollarán los parámetros teóricos necesarios para el diseño de un sistema generador de vibraciones.

Este diseño se inicia con el planteamiento de la geometría de los discos generadores de carga, el eje motriz y la estructura que los soporta.

Para validar los cálculos efectuados, se platearan simulaciones en programas CAE que permitirán observar los esfuerzos presentes en las partes críticas del sistema mecánico. Se validará el valor de la velocidad crítica del sistema y con el uso de simulaciones computacionales se obtendrán los modos de vibración del sistema.

El uso de todos estos parámetros permitirá la construcción de un sistema generador de vibraciones, de manera tal que los estudiantes puedan validar las teorías vistas en el salón de clases, a través del uso de elementos usados en las practicas industriales de mantenimiento predictivo.

Esto permitirá al ingeniero Mecánico de la Universidad Autónoma enfrentarse ante unas condiciones de operación de equipos muy similares a las presentes en la industria Colombiana.

1. OBJETIVO GENERAL

Diseñar y construir un banco Rotorkit para simular el desbalanceo dinámico en sistemas rotativos, para ser usado en el laboratorio de vibraciones mecánicas de la universidad.

2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Seleccionar materiales resistentes a la oxidación y corrosión para las diferentes piezas usadas en la máquina.
- Diseñar discos rotativos que permitan ubicar pesos no equilibrados, los cuales generan el desbalanceo dinámico.
- A partir del diseño del disco, calcular las cargas máximas generadas en este y dimensionar el eje que los soporta.
- Seleccionar rodamientos que permitan altos niveles de oscilación.
- Diseñar mediante el uso de CAD los elementos estructurales de la máquina, de manera que eviten la generación de vibraciones aparte de la que se genera en el sistema rotativo.
- Calcular las deflexiones máximas del eje rotatorio en presencia de cargas dinámicas.
- Calcular la velocidad crítica del sistema rotacional.
- Verificar los modos de vibración mediante software CAE.

3. MARCO TEORICO

Antes de iniciar con el diseño de un sistema generador de vibraciones, se debe analizar las características principales en el comportamiento de los sistemas mecánicos en vibración. Para esto se deben estudiar los modelos matemáticos más usados, así como los conceptos generales de vibración.

3.1 VIBRACIONES MECÁNICAS

El estudio de las vibraciones mecánicas se refiere al análisis de los movimientos oscilatorios de los cuerpos y a las fuerzas asociadas con ellos. Todos los cuerpos que poseen masa y elasticidad son capaces de vibrar. La mayoría de las máquinas y las estructuras experimentan vibración hasta cierto grado, obligando a que los diseños contemplen las condiciones de vibración que se presentan.

Existen dos clases de vibraciones, libres y forzadas. La vibración libre es la que ocurre cuando un sistema oscila bajo la acción de fuerzas inherentes al mismo sistema, en ausencia de fuerzas externas. El sistema bajo vibración libre vibrará a una o más de sus frecuencias naturales, que son propiedades que dependen de las condiciones de masa y rigidez del material.

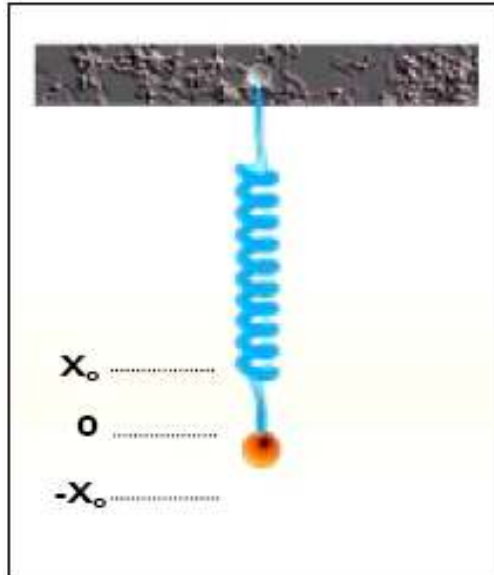
La vibración que ocurre bajo la excitación de fuerzas externas se conoce como vibración forzada. Cuando la vibración es oscilatoria, el sistema es obligado a vibrar a la frecuencia de excitación. Si la frecuencia de excitación coincide con una de las frecuencias naturales, se produce una situación de resonancia, degenerando en oscilaciones de gran amplitud que afectan el comportamiento del sistema.

3.1.1 Vibraciones Libres. La vibración es el estudio del movimiento repetitivo de los cuerpos con respecto a un punto de referencia (Generalmente la posición de equilibrio). Es muy importante en el diseño de elementos mecánicos, porque limita sus características físicas como son masa, dimensiones, tipo de material, etc. De las cuales depende el comportamiento del sistema.

Para analizar este tipo de vibración, utilizamos el sistema masa resorte, el cual permite aclarar los conceptos más generales sobre los sistemas vibratorios. Para ello, obtenemos un modelamiento de un solo grado de libertad.

Las cantidades cinemáticas usadas para describir el movimiento de una partícula son desplazamiento, velocidad y aceleración. En el caso de un sistema masa resorte (Como el mostrado en la figura 1) existe una relación entre la energía potencial (Elástica) y cinética; esto hace que el sistema se mantenga en movimiento constante, con una amplitud y frecuencia determinadas por la masa y la constante de rigidez del resorte.

Figura 1. Sistema masa resorte



El funcionamiento del sistema masa resorte puede ser modelado utilizando las tres ecuaciones generales del movimiento armónico simple, las cuales corresponden a desplazamiento (x), velocidad (\dot{x}) y aceleración (\ddot{x})¹

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi) \quad [1]$$

$$\dot{x}(t) = \omega A \cos(\omega t + \phi) \quad [2]$$

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 A \sin(\omega t + \phi) \quad [3]$$

Donde:

A - Amplitud de desplazamiento o máximo valor de la función.

ω - Frecuencia Natural

¹ INMAN, Daniel J. Engineering Vibration. USA: Prentice Hall, 1994. p.5

ϕ - Ángulo de Fase. Determina el valor inicial de la función seno.

De gran importancia son las ecuaciones que permiten el cálculo de la frecuencia natural del sistema, la frecuencia de oscilación y el periodo de oscilación, estas son²:

Frecuencia natural del sistema:

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad [4]$$

Frecuencia de oscilación del sistema:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{kg}{W}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\delta_{st}}} \quad [5]$$

Periodo de vibración:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad [6]$$

La ecuación general del sistema masa resorte esta dada por³.

$$x(t) = \frac{\sqrt{\omega^2 x_0^2 + v_0^2}}{\omega} \operatorname{sen} \left(\omega t + \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\omega x_0}{v_0} \right) \right) \quad [7]$$

Donde.

$$A = \frac{\sqrt{\omega^2 x_0^2 + v_0^2}}{\omega} \quad [8]$$

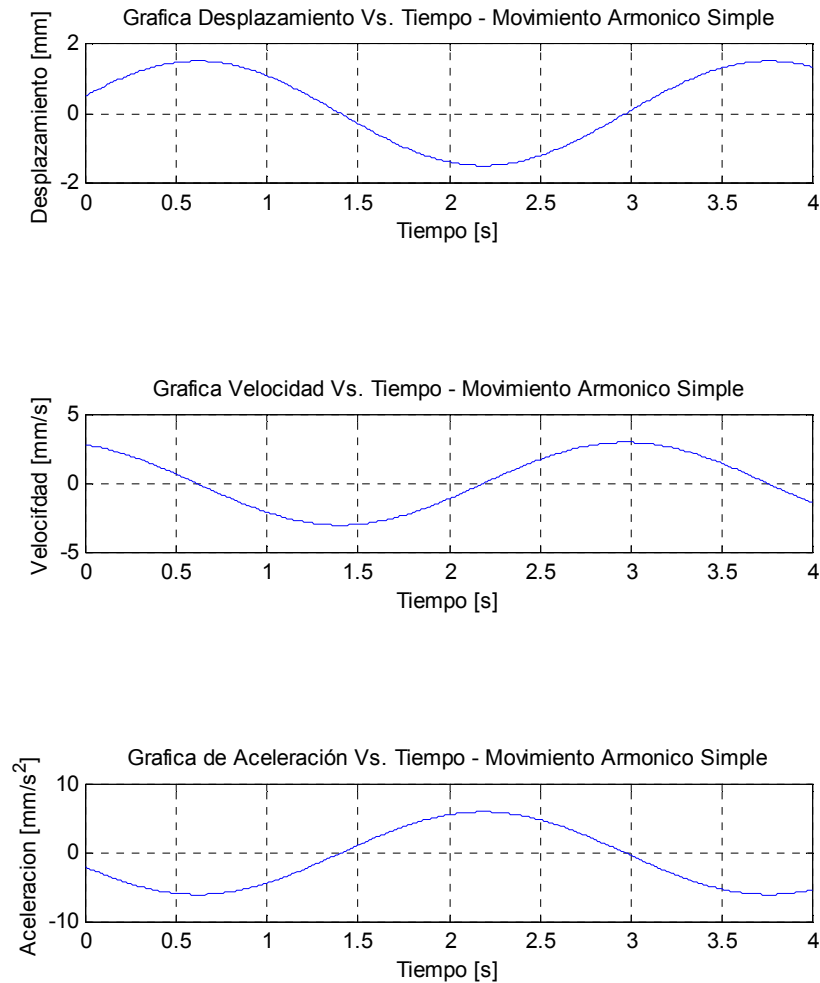
$$\phi = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\omega x_0}{v_0} \right) \quad [9]$$

Con la representación mostrada en la figura 2, se puede entender de manera más fácil la relación entre desplazamiento, velocidad y aceleración en un movimiento armónico simple.

² TIMOSHENKO, Stephen. Vibration problems in engineering. Canada: John Wiley & Sons, 1974. p.3

³ INMAN, Op. cit., p.6

Figura 2. Relación entre desplazamiento, velocidad y aceleración en movimiento armónico simple.



INMAN, Daniel J. Engineering Vibration. USA: Prentice Hall, 1994. p.9

De acuerdo a la grafica anterior, se puede apreciar que los puntos de aceleración máxima corresponden a los puntos de máxima amplitud en el desplazamiento. La velocidad máxima se presenta en el valor cero de desplazamiento, es decir cuando toda la energía potencial acumulada en el resorte se ha transformado en energía cinética.

A partir de las ecuaciones generales para vibración libre (1, 2, 3, 7), se desarrollaron otros modelos que tienen en cuenta la introducción de fuerzas externas al sistema, así como condiciones de amortiguamiento. En el primer caso se denominan vibraciones forzadas; el segundo caso corresponde a vibraciones amortiguadas.

3.1.2 Vibraciones Forzadas. En las vibraciones libres, el comportamiento del sistema sólo depende de las condiciones iniciales (Desplazamiento inicial, masa y rigidez); este modelo permite conocer de manera rápida la frecuencia natural del sistema. Cuando al sistema se le introducen fuerzas externas, la respuesta dinámica se hace mas complicada. Para modelar este tipo de comportamiento, se agregó a las ecuaciones del ítem 3.1.1 un término que tiene en consideración la fuerza que se introduce al sistema.

La fuerza perturbadora se representa como una función periódica. En el caso excitaciones de tipo arbitrario se debe acudir al uso de la serie de Fourier⁴ para obtener una función periódica que represente el comportamiento de la fuente de vibración.

La ecuación general de un sistema masa resorte con excitación forzada en el caso estacionario esta dada por⁵:

$$x = \frac{P}{k} \text{sen}(\omega t) \left(\frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}} \right) \quad [10]$$

Donde P corresponde a la carga aplicada (Amplitud de la función carga).

3.1.3 Vibraciones amortiguadas.

En ningún caso real el movimiento de un sistema mecánico es perpetuo. Todo elemento en movimiento tiende a quedar en reposo después de un tiempo, esto se debe a la no conservación de la energía, es decir, a factores que producen una perdida de energía en el sistema. Generalmente la no conservación de la energía se debe a la presencia de fricción.

El modo mas general de un sistema no conservativo es el modelo masa resorte amortiguador, en el cual se agrega un factor de disipación de energía, como es el amortiguamiento viscoso.

El modelo general de un sistema masa resorte con amortiguamiento viscoso esta dado por⁵:

$$x = e^{-nt} \left(x_0 \cos(p_d t) + \frac{\dot{x}_0 + nx_0}{p_d} \text{sen}(p_d t) \right) \quad [11]$$

⁴ Ibíd., p. 123

⁵ TIMOSHENKO, Op. cit., p. 66

Donde p_d se conoce la frecuencia angular de la vibración amortiguada y se calcula mediante la ecuación.

$$p_d = \sqrt{\omega_n^2 - n^2} \quad [12]$$

El valor de n se obtiene a partir de la constante de amortiguamiento (c) mediante la relación.

$$2n = \frac{cg}{W} \quad [13]$$

3.2 DESBALANCEO DINÁMICO

Para entender de manera más fácil el desequilibrio dinámico se puede utilizar el siguiente ejemplo: Un poste vertical tiene atada una cuerda que rota con velocidad angular constante con una masa en su extremo. Dicha masa genera una fuerza centrífuga proporcional a la aceleración normal del elemento. Si esta fuerza es de un valor considerable, inducirá algún tipo de deformación en el poste; pero como este rota, la deformación se presentará en distintas posiciones angulares, por lo cual se iniciará algún tipo de vibración. Si se coloca otro sistema masa – cable, exactamente igual, girando en una posición diametralmente opuesta, generará una fuerza centrífuga de igual magnitud pero en sentido opuesto, la cual anula la fuerza de la otra masa induciendo un equilibrio dinámico en el sistema.

Generalizando este ejemplo para máquinas rotativas, la masa que rota atada a la cuerda es el centro de masa del elemento y la longitud de la cuerda representa el radio de giro de dicho centro de masa con respecto al centro geométrico de rotación. El sistema masa – cuerda colocado en un punto diametralmente opuesto, representa a una masa previamente calculada que se coloca en un punto diametralmente opuesto para anular la fuerza que genera vibración.

Las razones por las cuales se presenta este tipo de excentricidad pueden ser:

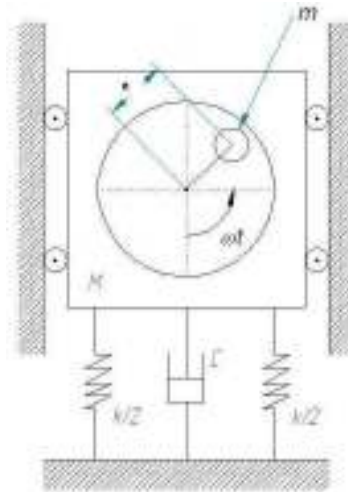
- Procesos inexactos de producción.
- Desgaste.
- Condiciones de carga.
- Uso de materiales anisotrópicos y no homogéneos.

- Adición de nuevos componentes a los elementos en rotación.

Un elemento que presente estas condiciones puede generar excitaciones armónicas en el sistema; conduciendo a desgaste, mal desempeño, falla de los componentes, pobre calidad de los productos, ruido excesivo, etc.

Una representación aproximada de un sistema desbalanceado, consiste en un sistema masa – resorte – amortiguador, restringido a moverse en dirección vertical, excitado por una maquina rotatoria no balanceada, como el que se muestra en la figura 3.

Figura 3. Modelamiento de un sistema en desbalanceo dinámico.



* INMAN, Daniel J. Engineering Vibration. USA: Prentice Hall, 1994. p.79

El inconveniente de este sistema radica en que representa el balance en un solo plano, cosa improbable, ya que por lo general el desbalance ocurre en varios planos.

Dos conceptos muy importantes a tener en cuenta para el diseño son el balanceo estático y el balanceo dinámico.

El balanceo estático ocurre cuando dos masas de igual magnitud se encuentran a 180° pero en diferente plano de acción (Plano Perpendicular al eje), por lo cual se puede decir que el sistema se encuentra en equilibrio estático, tal y como se muestra en la figura 4. En el momento en que el sistema empieza a rotar, las masas excéntricas que estaban en equilibrio estático empiezan a generar fuerza

* Fuerza perturbadora $F = m\omega^2 e$ [14] originada por desbalance rotatorio, donde M es la masa no rotante, m es la masa excéntrica, k y C son las constantes de rigidez y amortiguamiento respectivamente.

centrífuga no contrarrestada, por cuanto la fuerza en sentido contrario no actúa en el mismo plano perpendicular al eje; esto induce vibración en el eje, obligando a implementar algún tipo de análisis para obtener un equilibrio dinámico, como se representa en la figura 5.

Figura 4. Sistema balanceado estáticamente.

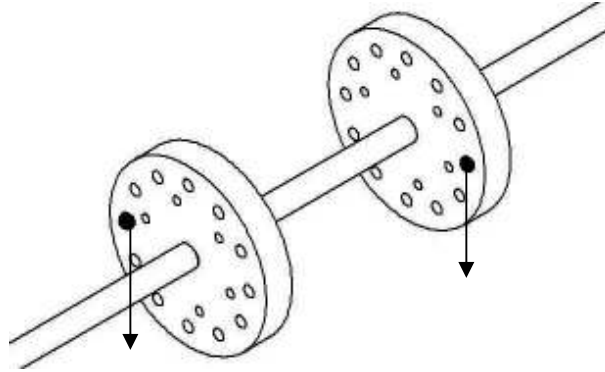
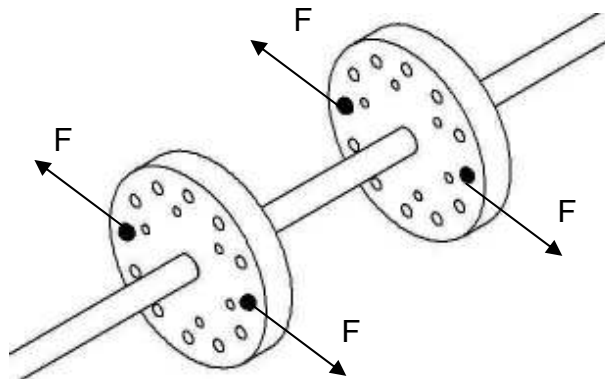


Figura 5. Sistema balanceado dinámicamente.



El procedimiento experimental para obtener equilibrio dinámico tiene como puntos principales los siguientes:

- Determinar la magnitud y el ángulo de fase de las señales de los acelerómetros localizados en los rodamientos con y sin masas de prueba.
- Calcular las masas de Balanceo necesarias (Magnitud y Ubicación).
- Ubicar las masas de balanceo.

- Hacer una prueba para verificar si el sistema quedó balanceado. De lo contrario repetir los pasos anteriores.

3.3 DISEÑO MECÁNICO

En elementos sometidos a movimientos cíclicos (Constantes o variables en el tiempo), no basta con hacer un análisis de cargas estáticas, dado que los elementos sometidos a dichos movimientos pueden fallar con valores menores a la carga máxima permisible en el caso estático. Este fenómeno ocurre por la variación de esfuerzos presentados en una fibra de material; en el caso de un eje sometido a flexión pura alternante, una fibra de material será sometida durante medio ciclo a compresión y en el resto de ciclo a tensión. A la falla causada por este tipo de esfuerzos se le conoce como falla por fatiga.

Las fallas por fatiga se inician en un concentrador de esfuerzo, es decir, una discontinuidad del material. Estas discontinuidades pueden ser de orden micro o macro, donde estos últimos se deben principalmente a la manufactura.

En el caso de materiales dúctiles, la alternancia de esfuerzos provoca que fibras de material sean sometidas a esfuerzos por encima del límite elástico (Fluencia plástica), lo cual induce la formación de grietas que pueden llevar a la falla del material con esfuerzos menores a los permisibles en el caso estático. Los materiales frágiles pueden presentar ruptura repentina en los concentradores de esfuerzo sin mostrar una etapa de fluencia.

Es importante aclarar que los materiales sometidos a esfuerzos alternantes no solo fallan por condiciones de concentración de esfuerzo macro (Ranuras, agujeros, cambios de sección, etc.), también se presenta el mismo fenómeno en piezas totalmente lisas.

Una vez iniciada la grieta, esta se extiende en cada ciclo, exactamente durante el semiciclo de tensión, en el cual el extremo de grieta actúa como un concentrador de esfuerzos aun más crítico que el concentrador de esfuerzos que inicio el agrietamiento.

El crecimiento de la grieta lleva a un punto donde el esfuerzo aplicado es mayor al soportado por el material, lo cual induce a una ruptura súbita de la pieza.

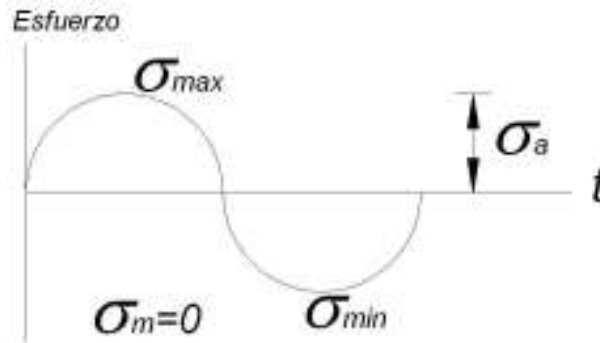
3.3.1 Cargas por fatiga. Toda carga variable en el tiempo puede provocar una falla por fatiga. Para este trabajo, nos enfocaremos en el estudio del comportamiento de elementos rotatorios.

En el movimiento rotatorio, se pueden presentar tres tipos de carga⁶, mostradas en las figuras 6, 7 y 8:

- **Carga totalmente alternante.**

Es un tipo de carga en la cual los valores pico de esfuerzo (máximo y mínimo) son de igual magnitud.

Figura 6. Carga totalmente alternante versus tiempo.

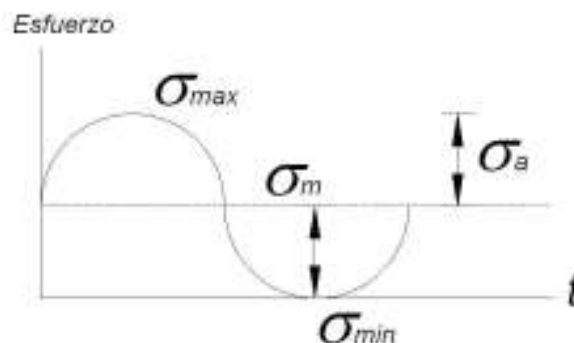


NORTON, Robert L. Diseño de Máquinas. México: Prentice Hall, 1999. p.356

- **Carga repetida.**

En este tipo de carga, la función va desde cero hasta un pico máximo de esfuerzo.

Figura 7. Carga Repetida versus tiempo.



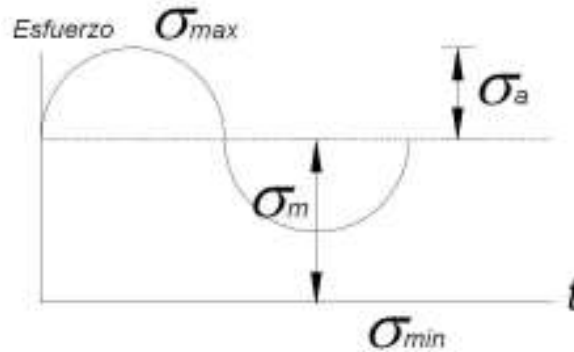
NORTON, Robert L. Diseño de Máquinas. México: Prentice Hall, 1999. p.356

⁶ NORTON, Robert L. Diseño de Máquinas. México: Prentice Hall, 1999. p. 356

- **Carga fluctuante.**

Los valores máximo y mínimo de carga presentan valores positivos

Figura 8. Carga Fluctuante versus tiempo.



NORTON, Robert L. Diseño de Máquinas. México: Prentice Hall, 1999. p.356

Los valores de los esfuerzos medio y alternante para los tres casos se pueden calcular mediante las ecuaciones siguientes⁷:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad [15]$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \quad [16]$$

Estos modelos, representan de manera ideal las condiciones de trabajo de los elementos rotatorios, aunque se debe dejar en claro que la mayoría de los equipos en servicio presentan comportamientos aleatorios en la funciones de movimiento, haciendo mas difícil la obtención de funciones de movimiento que lleven al cálculo de los esfuerzos presentados.

3.3.2 Limite de Resistencia a la Fatiga (S_e). Cada material, dependiendo de su estructura presenta un comportamiento diferente ante cargas fluctuantes en el tiempo. Mediante modelos matemáticos obtenidos a través de experimentación, se ha logrado desarrollar una serie de tablas que permiten conocer los límites de resistencia a la fatiga en diversos materiales de ingeniería.

⁷ Ibíd., p. 357

Un ejemplo de ello son los valores mostrados en la tabla 1, referida al límite de resistencia a la fatiga para algunos materiales en función del valor de resistencia última a la tensión (S_{ut}).

Tabla 1. Límite de resistencia a la fatiga para algunos materiales.

Acero:	$S_e' \cong 0.5 S_{ut}$	Para $S_{ut} < 200 \text{ ksi (1400 MPa)}$
	$S_e' \cong 100 \text{ ksi}$	Para $S_{ut} \geq 200 \text{ ksi (1400 MPa)}$
Hierros:	$S_e' \cong 0.4 S_{ut}$	Para $S_{ut} < 60 \text{ ksi (400 MPa)}$
	$S_e' \cong 24 \text{ ksi}$	Para $S_{ut} \geq 60 \text{ ksi (400 MPa)}$
Aluminios:	$S_{f'@5E8} \cong 0.4 S_{ut}$	Para $S_{ut} < 48 \text{ ksi (330 MPa)}$
	$S_{f'@5E8} \cong 19 \text{ ksi}$	Para $S_{ut} \geq 48 \text{ ksi (330 MPa)}$
Aleaciones de Cobre:	$S_{f'@5E8} \cong 0.4 S_{ut}$	Para $S_{ut} < 40 \text{ ksi (280 MPa)}$
	$S_{f'@5E8} \cong 14 \text{ ksi}$	Para $S_{ut} \geq 40 \text{ ksi (280 MPa)}$

NORTON, Robert L. Diseño de Máquinas. México: Prentice Hall, 1999. p.373

Estos valores son obtenidos en condiciones ideales de trabajo en probetas lisas, probadas mediante el método de viga rotativa (Flexión pura) o fatiga por carga axial.

Debido a esto, es necesario aplicar una serie de factores de corrección que permitan obtener valores ajustados a las condiciones del elemento a estudiar. Estos factores tienen en cuenta el tipo de carga aplicada, temperatura de operación, condiciones superficiales, corrosión, confiabilidad entre otras.

3.3.3 Factores de Reducción de Resistencia.

Factor de Carga: Los estudios indican que la resistencia a la fatiga en el caso de carga axial es solo del 70% del límite de resistencia a la fatiga del material. En el caso de flexión, la resistencia a la fatiga corresponde al 100% del límite de

resistencia a la fatiga⁸. De acuerdo a esto se especifican los factores de carga dependiendo del tipo de carga aplicada y se muestran en la tabla 2.

Tabla 2. Factor de carga de acuerdo al tipo de carga aplicada.

• Flexión:	$C_{Carga} = 1$
• Carga Axial:	$C_{Carga} = 0.7$

NORTON, Robert L. Diseño de Máquinas. México: Prentice Hall, 1999. p. 376

Factor de Tamaño: Generalmente los ensayos de fatiga son realizados en probetas de tamaños reducidos (Diámetros menores a 0.3 pulgadas). Si se esta diseñando un elemento de diámetro mayor, se debe aplicar un factor de corrección, como los mostrados en la tabla 3.

Tabla 3. Ecuaciones de factor de tamaño para diferentes diámetros.

• Para $d \leq 0.3$ pulg (8 mm)	$C_{Tamaño} = 1$
• Para $0.3 \leq d \leq 10$ pulg	$C_{Tamaño} = 0.869d^{-0.097}$
• Para $8 \leq d \leq 250$ mm	$C_{Tamaño} = 1.189d^{-0.097}$
Para diámetros mayores se sugiere un $C_{Tamaño} = 0.6$	

NORTON, Robert L. Diseño de Máquinas. México: Prentice Hall, 1999. p. 376

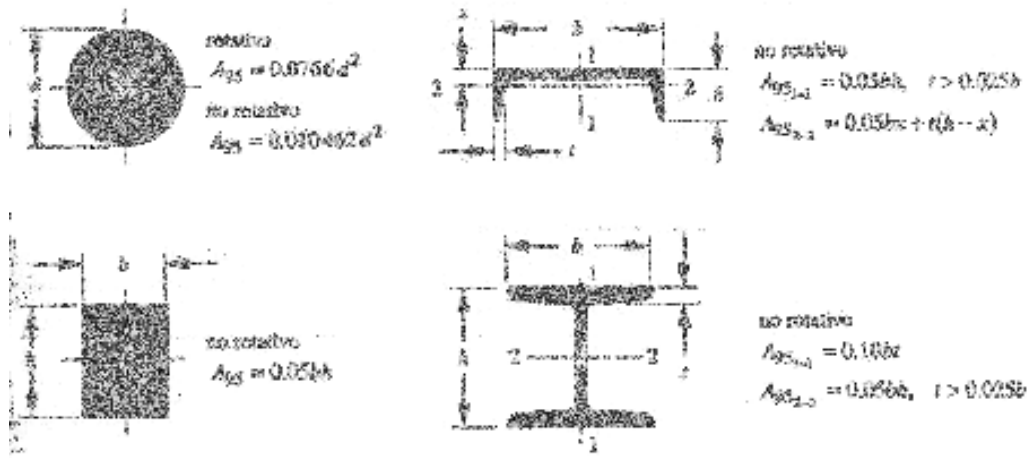
En el caso de elementos no cilíndricos se debe calcular un diámetro equivalente dado por la función.

$$d_{equivalente} = \sqrt{\frac{A_{95}}{0.0766}} \quad [17]$$

Donde A_{95} se encuentra formulado para diferentes secciones transversales, mostradas en la figura 9

⁸ Ibíd., p. 376

Figura 9. Valores de A_{95} Para diferentes secciones transversales.



NORTON, Robert L. Diseño de Máquinas. México: Prentice Hall, 1999. p.377

Factor de Superficie: Las probetas utilizadas para los ensayos de fatiga se pulen con alto acabado superficial (Acabado Espejo) con el fin de reducir las concentraciones de esfuerzo. En los casos rutinarios, resulta muy costoso llevar las piezas a estos niveles de calidad superficial, por lo cual, a la hora de calcular elementos de maquinas, se debe agregar un factor que disminuya la resistencia a la fatiga de acuerdo con el acabado superficial.

Norton⁹ propone una ecuación en función de la calidad superficial.

$$C_{Superficie} = A(Sut)^b \quad [18]$$

Donde las constantes A y b están dadas en la tabla 4.

Tabla 4. Constantes A y b para diferentes acabados superficiales

Acabado Superficial	MPa		kpsi	
	A	b	A	b
Rectificado	1.58	-0.085	1.34	-0.085
Maquinado o estirado en frío	4.51	-0.265	2.7	-0.265
Rolado en caliente	57.7	-0.718	14.4	-0.718
Forjado	272	-0.995	39.9	-0.995

NORTON, Robert L. Diseño de Máquinas. México: Prentice Hall, 1999. p.378

⁹ Ibíd., p. 379

Factor de Temperatura: Generalmente, los ensayos de fatiga se realizan a temperatura ambiente. A temperaturas altas, los límites de resistencia a la fatiga disminuyen con el número de ciclos. En el caso de diseño de elementos sometidos a más del 50% del valor de la temperatura de fusión, el método usado no es válido porque priman las condiciones de termo fluencia.

Norton⁹ sugiere las siguientes ecuaciones, indicadas en la tabla 5.

Tabla 5. Ecuaciones de factor de temperatura en diferentes intervalos.

• Para $T \leq 450^{\circ}C$ ($840^{\circ}F$)	$C_{Temp} = 1$
• Para $450^{\circ}C < T \leq 550^{\circ}C$	$C_{Temp} = 1 - 0.0058(T - 450)$
• Para $840^{\circ}F < T \leq 1020^{\circ}F$	$C_{Temp} = 1 - 0.0032(T - 840)$

NORTON, Robert L. Diseño de Máquinas. Prentice Hall, 1999. p.381

Factor de Confiabilidad: Este valor tiene en cuenta la desviación existente en los resultados obtenidos en pruebas sobre un mismo material, de tal forma que agrega un margen de seguridad sobre los datos utilizados para el análisis. Norton⁹ recomienda los factores citados en la tabla 6.

Tabla 6. Factores de confiabilidad.

Confiabilidad %	Factor de Confiabilidad
50	1.000
90	0.897
99	0.814
99.9	0.753
99.99	0.702
99.999	0.659

NORTON, Robert L. Diseño de Máquinas. México: Prentice Hall, 1999. p.381

3.3.4 Efectos de la Concentración de esfuerzos. Las ecuaciones de esfuerzos medio y alterno dan los valores solo en condiciones ideales, por esta razón, los valores de los esfuerzos deben ser corregidos de acuerdo a la geometría del elemento. Norton¹⁰ en su libro relaciona una serie de posibilidades geométricas y su nivel de afectación a las condiciones ideales de carga se encuentra expresado mediante graficas o ecuaciones.

¹⁰ Ibid., p. 390

En las gráficas se obtiene un valor denominado K_t , el cual se utiliza para determinar el factor de concentración de esfuerzos mediante la ecuación:

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) \quad [19]$$

Donde q se denomina factor de sensibilidad a las muescas y esta dado por:

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{r}}} \quad [20]$$

El valor de la constante de Neuber \sqrt{a} se encuentra tabulado en función del esfuerzo último del material. Los valores se presentan en la tabla 7. \sqrt{r} Es la raíz cuadrada del radio de entalle dado en pulgadas.

Tabla 7. Constante de Neuber para aceros.

Sut [ksi]	\sqrt{a} [pulg ²]
50	0.130
55	0.118
60	0.108
70	0.093
80	0.080
90	0.070
100	0.062
110	0.055
120	0.049
130	0.044
140	0.039
160	0.031
180	0.024
200	0.018
220	0.013
240	0.009

NORTON, Robert L. Diseño de Máquinas. México: Prentice Hall, 1999. p.390

El factor de concentración de esfuerzos se utiliza para amplificar el valor del esfuerzo presente en el punto estudiado del elemento mecánico. Por esta razón,

tanto el esfuerzo medio como el alternante se deben multiplicar por el factor de concentración de esfuerzos para obtener los esfuerzos reales en la sección. Los esfuerzos reales calculados se llevan al modelo de Von Mises, el cual tiene en cuenta los esfuerzos normales y cortantes.

$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_{xa}^2 + \sigma_{ya}^2 - \sigma_{xa}\sigma_{ya} + 3\tau_{xya}^2} \quad [21]$$

$$\sigma'_m = \sqrt{\sigma_{xm}^2 + \sigma_{ym}^2 - \sigma_{xm}\sigma_{ym} + 3\tau_{xym}^2} \quad [22]$$

Finalmente se tienen los esfuerzos totales presentes en el punto de análisis; con estos se procede a calcular el factor de seguridad del elemento.

3.3.5 Factor de seguridad. Como mínimo se debe garantizar un factor de seguridad de uno (1); esto indica que el elemento diseñado por lo menos llegará a las condiciones deseadas. Es recomendable trabajar con factores de seguridad más altos, principalmente en casos donde los parámetros iniciales usados no sean confiables.

Para el cálculo del factor de seguridad Norton¹¹ muestra 4 posibles modelos, los cuales se pueden aplicar de acuerdo a las condiciones de operación, clase de carga, entre otros factores.

Caso I

Esfuerzo alterno constante, esfuerzo medio variable.

$$Nf = \frac{Sy}{\sigma'_m} \left(1 - \frac{\sigma'_a}{Sy} \right) \quad [23]$$

Caso II

Esfuerzo alterno variable, esfuerzo medio constante

$$Nf = \frac{Sf}{\sigma'_a} \left(1 - \frac{\sigma'_m}{Sut} \right) \quad [24]$$

¹¹ Ibíd., p. 415

Caso III

Relación σ_a/σ_m varía constante.

$$Nf = \frac{S_f \cdot Sut}{\sigma'_a Sut + \sigma'_m S_f} \quad [25]$$

Caso IV

Los esfuerzos medio y alterno varían independiente el uno del otro.

$$Nf = \frac{OZ + ZS}{OZ} \quad [26]$$

Donde:

$$OZ = \sqrt{(\sigma'_a)^2 + (\sigma'_m)^2} \quad [27]$$

$$ZS = \sqrt{(\sigma'_m - \sigma'_{m@S})^2 + (\sigma'_a - \sigma'_{a@S})^2} \quad [28]$$

$$\sigma'_{a@S} = -\frac{S_f}{Sut}(\sigma'_{m@S}) + S_f \quad [29]$$

$$\sigma'_{m@S} = \frac{Sut(S_f^2 - S_f \sigma'_a + Sut \sigma'_m)}{S_f^2 + Sut^2} \quad [30]$$

3.3.6 Cálculo de deflexiones estáticas. El modelo de viga estudiado en este documento es muy común, por lo cual no amerita el uso de métodos para el cálculo de deflexiones estáticas, como puede ser el de área de momentos. En el anexo A se encuentra una completa tabla de ecuaciones que permiten calcular de manera rápida las deflexiones de acuerdo al modelo de viga empleado.

3.3.7 Calculo de velocidad critica – Método de Rayleigh. Para el cálculo de las frecuencias de vibración en sistemas mecánicos, el método más aproximado es el de elementos finitos, el cual permite obtener los diferentes modos de vibración del sistema, además de las frecuencias en que estos ocurren.

Para modelos sencillos, y en los primeros pasos de diseño se suele usar un método matemático a partir de las deflexiones estáticas del eje analizado. Se debe tener en cuenta que este método solo usa las deflexiones causadas por los pesos

de los elementos montados sobre el eje, sin tener en cuenta las cargas externas que se puedan aplicar a este.

El método de Rayleigh se basa en un análisis de energía, suponiendo que la vibración lateral de la viga describe un movimiento en forma de función senoidal. La ecuación general para el cálculo de la primera velocidad crítica esta dada por¹².

$$\omega_n = \sqrt{g \frac{\sum_{i=1}^n W_i \delta_i}{\sum_{i=1}^n W_i \delta_i^2}} \quad [31]$$

Donde W_i son los pesos ubicados sobre el eje en los puntos donde se presentan las deflexiones δ_i

Otro método usado para el cálculo de la velocidad crítica en ejes es el de Dunkerley. Este método se basa en la suposición de que la deflexión es causada sólo por la masa que se evalúa.

Para el caso de dos masas sobre un eje, las ecuaciones son¹³:

$$\omega_{crA} = \sqrt{\frac{g}{\delta_{AA}}} \quad [32]$$

$$\omega_{crB} = \sqrt{\frac{g}{\delta_{BB}}} \quad [33]$$

$$\omega_{cr} = \frac{\omega_{crA} \omega_{crB}}{\sqrt{\omega_{crA}^2 + \omega_{crB}^2}} \quad [34]$$

El método de Rayleigh sobreestima el valor de la primera velocidad crítica y el método de Dunkerley lo subestima. Por esta razón es importante utilizar ambos métodos para obtener un intervalo de velocidades en las cuales se puede presentar la condición de resonancia del sistema.

¹² Ibíd., p. 612

¹³ HAMROCK, Bernard J. Elementos de Máquinas. México: Mc Graw Hill, 1999. p. 445

4. MATERIALES Y MÉTODOS

El desarrollo de este proyecto se basa en el análisis e interpretación de teorías acerca de vibración formuladas por autores de connotación mundial; así como la utilización de documentos generados a partir de ensayos realizados por fabricantes de bancos Rotorkit.

Antes de comenzar con el diseño, se debe realizar un detenido estudio de la teoría general de vibraciones, modos de vibración, fuentes de vibración, etc.

Una vez conocidos los elementos primarios de este amplio tema, se debe iniciar la parte de diseño mecánico, basado principalmente en el análisis de elementos de máquinas, formulado por autores internacionales.

El parámetro inicial para la selección de un material apropiado para la construcción del sistema de simulación de vibraciones (Rotorkit), fue la condición ambiental.

La oxidación de los aceros al carbono es alta, especialmente en condiciones de humedad excesiva. Este inconveniente se puede evitar con la utilización de materiales con resistencia a la oxidación como aluminio, polímeros, o aceros inoxidables.

De acuerdo a la aplicación se optó por los aceros inoxidables, los cuales no solo presentan alta resistencia a la oxidación sino también a la corrosión por agentes químicos, especialmente ácidos; además de presentar características mecánicas similares a los aceros de bajo carbono.

La opción mas apropiada, haciendo un balance costo beneficio, fue el acero inoxidable AISI 304, el cual garantiza la no oxidación de las piezas así como alta resistencia a condiciones de carga cíclica. El acero inoxidable se utilizó en los discos rotatorios, el eje que los soporta y los rieles de ubicación de los soportes.

Los demás componentes metálicos de la máquina se elaboraron en acero AISI 1020, el cual presenta oxidación excesiva en condiciones de alta humedad. Para solucionar este problema se realizó un cromado a todas las piezas, exceptuando las fabricadas en acero inoxidable.

De acuerdo a las indicaciones encontradas en los libros, no es recomendable utilizar el cromado en piezas sometidas a cargas que generen fallas por fatiga,

debido a que este tipo de recubrimiento baja el límite de resistencia a la fatiga, llevando el elemento a una falla muy por debajo del esfuerzo de fluencia¹⁴.

El diseño arrancó con el planteamiento de la geometría adecuada de los discos rotatorios, los cuales poseen una serie de agujeros roscados donde se atornillan las masas excéntricas. Estas masas se encargan de generar la fuerza “centrifuga” que induce el desbalanceo dinámico; esta se calcula con las ecuaciones planteadas para sistemas en rotación, utilizando como parámetros la magnitud de las masas excéntricas, su radio de giro y la velocidad angular del sistema rotatorio.

La geometría del disco admite ubicar varias masas en diferentes posiciones angulares y radiales, permitiendo generar fuerzas en diferentes direcciones y magnitudes. Esto obliga a efectuar una descomposición vectorial de dichas fuerzas para posteriormente ser sumadas en las dos direcciones del plano cartesiano. De esta manera se transfieren las fuerzas generadas en el disco al eje que rota.

Una vez conocidas las cargas generadas en los discos, es indispensable implementar un cálculo a fatiga para el correcto diseño del eje motriz, debido principalmente, a las condiciones de carga cíclica que se presentan en el elemento. Este análisis se basa en las ecuaciones implementadas en el texto Diseño de Maquinas de Robert Norton, descritas anteriormente y cuyo desarrollo se muestra en la sección de cálculos y resultados

Las oscilaciones del eje motriz obligan a la utilización de un sistema de rodamientos de bolas oscilantes, de manera tal que no se restrinja la deflexión del eje.

Los rodamientos se sitúan sobre bases de acero AISI 1020. El diseño de las bases permite deslizarlas sobre rieles de acero inoxidable, de manera tal que la distancia entre apoyos se pueda variar, cambiando los parámetros de simulación.

El diseño estructural del banco Rotorkit se realizó en el software Solid Edge, tratando de obtener una gran rigidez con bajo uso de materiales. Es por esta razón que se puso un sistema de rieles, sobre los cuales deslizan los apoyos de los rodamientos. Estos rieles se ubican sobre tres bases de acero AISI 1020 Cromado que otorgan una rigidez alta, de manera tal, que no se presenten vibraciones en la estructura, alterando las lecturas en los sistemas de monitoreo. Se debe dejar en claro entonces, que la única vibración admisible en el sistema de simulación, es la generada por el desbalanceo en el sistema rotatorio (Eje – Discos).

Para el diseño de la estructura del banco Rotorkit se realizó una investigación sobre los modelos existentes, de esta investigación se encontró un fabricante

¹⁴ NORTON, Op. cit., p. 382

(Bentley Nevada), el cual tiene un diseño acorde con las necesidades estructurales de la aplicación. Adicionalmente se realizó una visita a la empresa Smurffit – Cartón de Colombia, la cual posee un banco de Rotorkit empleado para el entrenamiento de los mecánicos de la planta.

El conjunto eje – discos es impulsado por un motor de 24V DC de 80 W de potencia a 4100 rpm unido a estos mediante un acople de Neopreno.

Se buscó un acople de tipo helicoidal, por su gran flexibilidad en cuanto a niveles de desalineamiento angular o axial. Es muy importante utilizar un acople de alta flexibilidad, porque de esto depende la vida útil del motor. Un acople muy rígido transfiere la vibración de manera excesiva, destruyendo los rodamientos del motor.

El motor cuenta con un driver incorporado, que permite asignar la velocidad deseada introduciendo un voltaje entre 0 y 10 Voltios. Dicho voltaje se introduce al motor mediante un sistema digital de selección de velocidad.

La simulación de vibraciones se realiza con el objetivo de imitar el funcionamiento de sistemas mecánicos reales como turbinas, bombas, etc. Al crear desbalanceo dinámico, se hace necesario sensar la vibración que este genera. Para este propósito se utilizan dos tipos principales de instrumentos de medición, acelerómetros y sensores de proximidad. Los acelerómetros, como su nombre lo indica, permiten obtener una señal que después de ser acondicionada muestra los niveles de aceleración en el sistema (Aceleración en la onda de vibración), a partir de esta onda se puede obtener de manera efectiva la velocidad y el desplazamiento. Este tipo de sensor se instala en la base de los rodamientos formando un plano cartesiano; esto quiere decir que se requieren dos acelerómetros por base, uno para el eje x, y otro para el eje y.

Las señales generadas por el acelerómetro deben ser llevadas a un osciloscopio, o mejor aún, a un sistema de monitoreo desarrollado en un PC a través de una tarjeta de adquisición de datos y un software para acondicionamiento de señales.

Estas señales son graficadas y se les debe aplicar la transformada rápida de Fourier para obtener un espectro que muestre los armónicos (Frecuencias de los elementos en vibración). En el caso del Rotorkit, el espectro solo debe mostrar la frecuencia de oscilación de la masa excéntrica, la cual está generando el desbalanceo dinámico. Con el espectro es posible determinar la ubicación de la fuente de vibración, la magnitud de esta, y mediante métodos de cálculo vectorial es posible ubicar la masa o las masas que equilibren el sistema.

El otro tipo de sensor se utiliza principalmente para medir desplazamientos de objetos, en este caso, se emplea para medir las deflexiones del eje en la zona de ubicación de los discos con las masas excéntricas. No es recomendable derivar

esta señal para obtener velocidad y aceleración pues sus márgenes de error son muy elevados.

Al seleccionar cualquiera de los dos tipos de elementos, se debe tener en consideración la “Resolución” es decir, el delta mínimo que es posible captar con el instrumento. En el caso de los acelerómetros se puede medir en mili voltios por gravedad, es decir, cuanto voltaje genera por cada gravedad de aceleración sensada.

Los sensores de proximidad tienen una resolución referenciada en décimas o milésimas de milímetro o pulgada. De acuerdo al mínimo desplazamiento o aceleración a medir se debe seleccionar el instrumento de medición apropiado.

Todas estas señales se llevan a un sistema de adquisición de datos, este se debe seleccionar por el número de canales análogos de entrada y salida. En el Rotorkit es necesario utilizar una tarjeta con mínimo 8 canales de entrada. También es recomendable el uso de tarjetas que posean canales de salida, principalmente en el caso de necesitarse aplicaciones de control sobre algún elemento del sistema.

Otro elemento de gran importancia en la selección de la tarjeta de adquisición de datos es la frecuencia de muestreo; de la frecuencia de muestreo depende la discretización de la señal. A mayor frecuencia de muestreo se obtienen señales con mayor cantidad de puntos muestrales y por consiguiente con mayor exactitud en los resultados.

En cuanto al control de velocidad, se implementó un sistema de lazo abierto. La programación se realizó en un microcontrolador, permitiendo ajustar la velocidad desde un panel de control entre 0 y 4100 rpm, controlando una parada de emergencia y un sistema de inversión de giro del motor, todo esto buscando brindar elementos de seguridad a quien opera el equipo.

Como elemento adicional de seguridad, el Rotorkit cuenta con una cubierta de acrílico, que protege al usuario en caso de que una de las masas excéntricas se suelte del sistema en rotación.

Se debe comprobar la velocidad crítica del sistema en rotación, para esto se utilizó el método de Rayleigh tal como aparece demostrado en el capítulo 5 ítem 5.8. La velocidad crítica corresponde al primer modo de vibración del sistema, y se debe buscar que quede por fuera del rango de operación de este.

A partir de simulaciones desarrolladas en los paquetes ALGOR y COSMOS se obtuvieron los modos de vibración del sistema eje – discos, correspondientes a unas frecuencias determinadas de funcionamiento.

La velocidad crítica se calcula teniendo en cuenta solo el peso de los elementos colocados sobre el eje, esto indica que no considera las deflexiones o mejor, la vibración generada por las fuerzas dinámicas.

5. CÁLCULOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

El sistema se basa en un disco rotatorio, el cual debe poseer una serie de pesos que cambian la ubicación del centro de masa del disco, haciéndolo desplazarse del centro geométrico de rotación. Esta condición ocasiona un desequilibrio de fuerzas con respecto al eje de rotación, induciendo una fuerza en el eje y por ende una deflexión en este. En el caso estático, esta deflexión se aprecia como una curvatura de la viga analizada. En el análisis dinámico, esta deflexión se traduce en una vibración por cuanto la posición angular de la deflexión, medida con respecto al eje de rotación cambia con el tiempo. Este comportamiento se conoce como movimiento oscilatorio, el cual en condiciones ideales describe la forma de una onda periódica.

5.1 DISEÑO DISCOS ROTATORIOS

Entre las diversas posibilidades para desequilibrar el sistema rotatorio se eligió la utilización de tornillos prisioneros, los cuales garantizan optimas condiciones de seguridad, teniendo en cuenta que el sistema puede rotar hasta 4000 rpm, convirtiendo estos elementos en proyectiles.

Con la aplicación de la ecuación [14] se obtuvieron las fuerzas generadas por dichos tornillos. Los primeros diseños de geometría arrojaron resultados poco satisfactorios por ocasionar altas condiciones de carga que degenerarían en ruptura del eje o deterioro del sistema de rodamientos. Aplicando una optimización mediante hoja de cálculo (Anexo B) se llegó a los parámetros indicados a continuación.

De acuerdo a los datos siguientes, los tornillos se clasifican en 2 tipos:

1. 12 tornillos con las características siguientes:

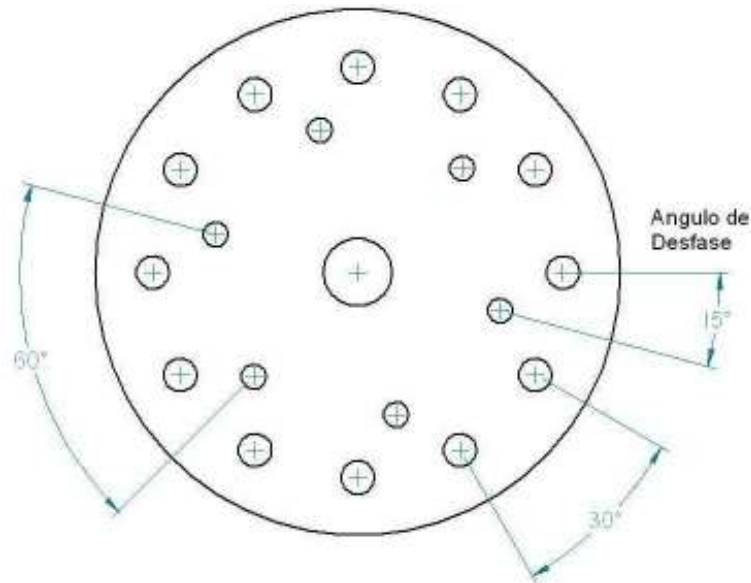
- Diámetro: $D = 0.25 \text{ in}$
- Longitud: $L = 0.65 \text{ in}$
- Densidad: $\rho = 7856 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$
- Distancia al centro del disco: $r_c = 3.9 \text{ cm}$

2. 6 tornillos con las características siguientes:

- Diámetro: $D = \frac{3}{16} \text{ in} = 0.1875 \text{ in}$
- Longitud: $L = 0.65 \text{ in}$
- Densidad: $\rho = 7856 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$
- Distancia al centro del disco: $r_c = 2.8 \text{ cm}$

Se agregó un ángulo de desfase (Mostrado en la figura 10) entre las dos secuencias de tornillos con el fin de permitir plantear mayor cantidad de variantes a la simulación, cambiando posiciones de masas y obligando a planteamientos vectoriales más complejos.

Figura 10. Geometría del disco rotatorio y ángulo de desfase.



Con la geometría de los tornillos se puede calcular la masa de los dos tipos utilizados como peso excéntrico para generar la vibración.

Tornillo Tipo 1

$$D = 0.25 \text{ in} = 0.00635 \text{ m} \quad \Rightarrow r = \frac{D}{2} \Rightarrow r = \frac{0.00635}{2} \Rightarrow r = 0.003175 \text{ m}$$

$$L = 0.65 \text{ in} = 0.01651 \text{ m}$$

Con la ecuación $V = \pi r^2 L$ calculamos el volumen del tornillo:

$$\Rightarrow V = \pi r^2 L \Rightarrow V = \pi (0.003175)^2 (0.01651) \Rightarrow V = 5.2286 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3$$

Conociendo el volumen ocupado por el tornillo, y mediante la ecuación $m = \rho V$ procedemos a calcular la masa de este:

$$\Rightarrow m = \rho V \Rightarrow m = 7856(5.2286 * 10^{-7}) \Rightarrow m = 0.00410758 \text{ Kg}$$

Tornillo Tipo 2

$$D = 0.1875 \text{ in} = 0.0047625 \text{ m} \quad \Rightarrow r = \frac{D}{2} \Rightarrow r = \frac{0.0047625}{2} \Rightarrow r = 0.00238125 \text{ m}$$

$$L = 0.65 \text{ in} = 0.01651 \text{ m}$$

Con la ecuación $V = \pi r^2 L$ calculamos el volumen del tornillo:

$$\Rightarrow V = \pi r^2 L \Rightarrow V = \pi(0.00238125)^2(0.01651) \Rightarrow V = 2.94108 * 10^{-7} \text{ m}^3$$

Conociendo el volumen ocupado por el tornillo, y mediante la ecuación $m = \rho V$ procedemos a calcular la masa de este:

$$\Rightarrow m = \rho V \Rightarrow m = 7856(2.94108 * 10^{-7}) \Rightarrow m = 0.002310513 \text{ Kg}$$

El disco principal, como elemento dinámico, no genera fuerzas que induzcan deflexiones en el eje y por consiguiente vibración. Tal y como se observa en la figura 11, cada uno de los agujeros tiene uno de igual tamaño en el punto diametralmente opuesto y al mismo radio, garantizando que en ausencia de tornillos desequilibrados, el sistema se comporte en equilibrio dinámico.

Si analizamos estáticamente el sistema discos – eje, podremos observar que el peso de estos genera una deflexión en el eje; por esta razón, en el análisis para el dimensionamiento del eje, dicha carga se debe tener en cuenta.

Calculo Masa Disco Principal

Datos de acuerdo al diagrama adjunto:

- Diámetro Disco: $D = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$
- Espesor Disco: $b = 0.65 \text{ in} = 0.01651 \text{ m}$
- Densidad Disco: $\rho = 7856 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$
- Numero de agujeros (1) para tornillos 1 = 12
- Numero de agujeros (2) para tornillos 2 = 6
- Ángulo entre agujeros 1 de 30°
- Ángulo entre agujeros 2 de 60°

- Ángulo desfase agujeros 2 de 15°

Volumen total del disco considerando los agujeros:

$$r = \frac{D}{2} \Rightarrow r = \frac{0.1}{2} \Rightarrow r = 0.05 \text{ m}$$

$$V_T = \pi r^2 L - N_{T1} V_{T1} - N_{T2} V_{T2}$$

$$V_T = \pi(0.05)^2(0.01651) - 12(5.2286 \cdot 10^{-7}) - 6(2.94108 \cdot 10^{-7})$$

$$V_T = 0.00012163 \text{ m}^3$$

Con el volumen se procede a calcular la masa y el peso del disco:

$$m = \rho V \Rightarrow m = 7856(0.00012163) \Rightarrow m = 0.9555275 \text{ Kg}$$

Peso del disco:

$$W = mg \Rightarrow W = 0.9555275(9.806) \Rightarrow W = 9.3699027 \text{ N}$$

Para obtener un cálculo de masa mas aproximado, se debe tener en cuenta el volumen ocupado por los tornillos insertos en el disco, el cual se restará del peso total calculado suponiendo el disco sin agujeros. El espesor del disco es igual a la longitud de los tornillos que se insertan en este.

En el diseño del disco es de vital importancia que este sea lo mas delgado posible, de manera tal, que las fuerzas excéntricas generadas actúen sobre el mismo plano de acción. De no cumplirse con este parámetro, se puede generar una fuerza en dirección no deseada, así como momentos puntuales en los discos llevando a la presencia de una fuente de adicional de vibración en el sistema, lo cual no es deseable a la hora de apreciar los espectros de vibración.

5.2 MAGNITUD DE LAS FUERZAS GENERADAS POR LAS MASAS AL GIRAR CON EL DISCO

Para esta fase de diseño y mediante iteración, se concluyó que la velocidad angular promedio de trabajo debe estar ubicada a 3100 rpm. Esta velocidad permite trabajar con un factor de seguridad considerablemente alto, por lo cual se

puede aumentar hasta 4000 rpm sin poner en peligro la integridad del sistema mecánico.

$$\omega_{Trabajo} = 3100rpm = 324.631241 \text{ rad/s}$$

El diseño del sistema eje discos cuenta con una sola posición de los discos sobre el eje, puesto que estos se ajustaron por interferencia. La distancia entre apoyos se puede modificar para cambiar los parámetros de simulación.

Fuerza generada por Masa 1 (Tornillo 1):

Para una masa que rota alrededor de un eje a un radio (r) y velocidad angular (ω) constante, la fuerza generada se puede expresar por medio de la ecuación

$$F = m\omega^2 r$$

$$\Rightarrow F_1 = m_1\omega^2 r \Rightarrow F_1 = (0.00410758)(324.631241)^2(0.039) \Rightarrow F_1 = 16.8822805 \text{ N}$$

Fuerza generada por Masa 2 (Tornillo 2):

Aplicando la ecuación:

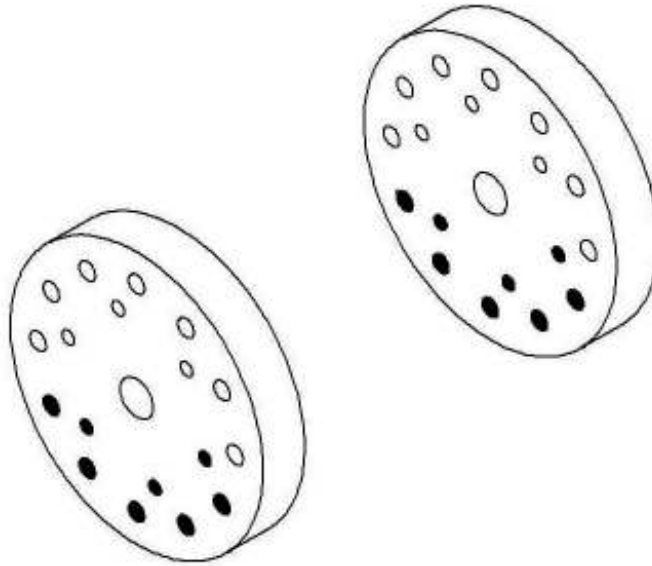
$$F = m\omega^2 r$$

$$\Rightarrow F_2 = m_2\omega^2 r \Rightarrow F_2 = (0.002310513)(324.631241)^2(0.028) \Rightarrow F_2 = 6.81784403 \text{ N}$$

Después de conocer las fuerzas generadas por los dos tipos de masa, supondremos la distribución de estas en el disco de forma tal que genere la mayor carga dinámica sobre el eje. Este caso ocurre cuando la mitad del disco se encuentra con las masas excéntricas instaladas, dejando libre la otra mitad, como se muestra en la figura 11

La suposición además contempla que el segundo disco se encuentra en las mismas condiciones de carga, por lo cual el vector de fuerza generado será igual en dirección y magnitud al del primer disco.

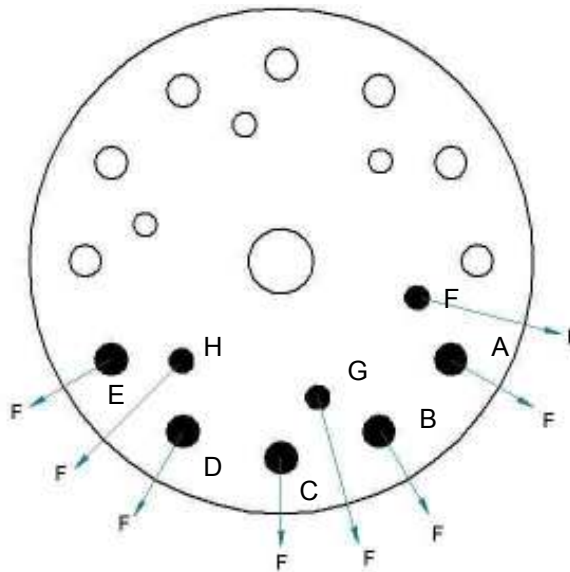
Figura 11. Distribución de cargas en discos rotatorios



Descomposición de las fuerzas en el disco

El esquema general de localización de las fuerzas y los “nodos” sobre los cuales actúan las mismas se muestra en la figura 12.

Figura 12. Vectores de fuerza generados en un disco rotatorio.



Nodo A

$$F_{Ay} = F_1 \sin(30) \Rightarrow F_{Ay} = 16.8822805 \sin(30) \Rightarrow F_{Ay} = 8.441140 \text{ N} \downarrow$$
$$F_{Ax} = F_1 \cos(30) \Rightarrow F_{Ax} = 16.8822805 \cos(30) \Rightarrow F_{Ax} = 14.620484 \text{ N} \rightarrow$$

Nodo B

$$F_{By} = F_1 \sin(60) \Rightarrow F_{By} = 16.8822805 \sin(60) \Rightarrow F_{By} = 14.620484 \text{ N} \downarrow$$
$$F_{Bx} = F_1 \cos(60) \Rightarrow F_{Bx} = 16.8822805 \cos(60) \Rightarrow F_{Bx} = 8.441140 \text{ N} \rightarrow$$

Nodo C

$$F_{Cy} = F_1 \Rightarrow F_{Cy} = 16.882280 \text{ N} \downarrow$$
$$F_{Cx} = 0$$

Nodo D

$$F_{Dy} = F_1 \sin(60) \Rightarrow F_{Dy} = 16.8822805 \sin(60) \Rightarrow F_{Dy} = 14.620484 \text{ N} \downarrow$$
$$F_{Dx} = F_1 \cos(60) \Rightarrow F_{Dx} = 16.8822805 \cos(60) \Rightarrow F_{Dx} = 8.441140 \text{ N} \leftarrow$$

Nodo E

$$F_{Ey} = F_1 \sin(30) \Rightarrow F_{Ey} = 16.8822805 \sin(30) \Rightarrow F_{Ey} = 8.441140 \text{ N} \downarrow$$
$$F_{Ex} = F_1 \cos(30) \Rightarrow F_{Ex} = 16.8822805 \cos(30) \Rightarrow F_{Ex} = 14.620484 \text{ N} \leftarrow$$

Nodo F

$$F_{Fy} = F_2 \sin(15) \Rightarrow F_{Fy} = 6.81784403 \sin(15) \Rightarrow F_{Fy} = 1.764588 \text{ N} \downarrow$$
$$F_{Fx} = F_2 \cos(15) \Rightarrow F_{Fx} = 6.81784403 \cos(15) \Rightarrow F_{Fx} = 6.585532 \text{ N} \rightarrow$$

Nodo G

$$F_{Gy} = F_2 \sin(75) \Rightarrow F_{Gy} = 6.81784403 \sin(75) \Rightarrow F_{Gy} = 6.585532 \text{ N} \downarrow$$
$$F_{Gx} = F_2 \cos(75) \Rightarrow F_{Gx} = 6.81784403 \cos(75) \Rightarrow F_{Gx} = 1.764588 \text{ N} \rightarrow$$

Nodo H

$$F_{Hy} = F_2 \sin(45) \Rightarrow F_{Hy} = 6.81784403 \sin(45) \Rightarrow F_{Hy} = 4.820944 \text{ N} \downarrow$$
$$F_{Hx} = F_2 \cos(45) \Rightarrow F_{Hx} = 6.81784403 \cos(45) \Rightarrow F_{Hx} = 4.820944 \text{ N} \leftarrow$$

Para obtener las fuerza resultantes, hacemos la sumatoria de fuerzas en las direcciones x e y.

$$F_Y = \sum F_Y$$
$$\Rightarrow F_Y = 8.441140 + 14.620484 + 16.882280 + 14.620484 + 8.441140 + 1.764588 + 6.585532 + 4.820944$$

$$\Rightarrow F_y = 76.176592 \text{ N}$$

$$F_x = \sum F_x$$

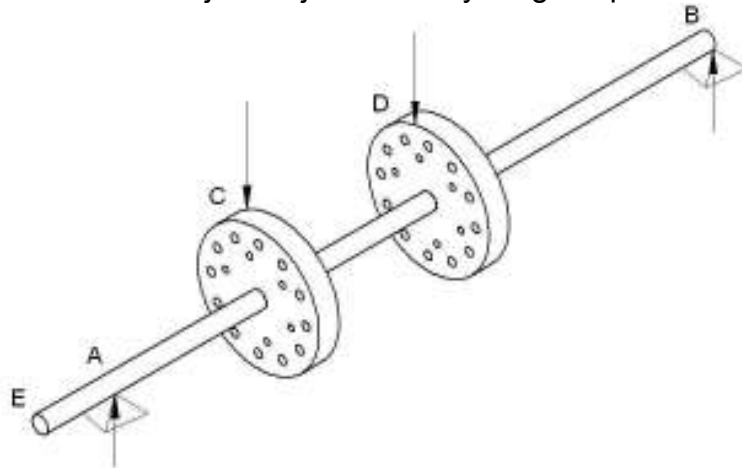
$$\Rightarrow F_x = 14.620484 + 8.441140 - 8.441140 - 14.620484 + 6.585532 + 1.764588 - 4.820944$$

$$\Rightarrow F_x = 3.529176 \text{ N}$$

Estas fuerzas representan las cargas máximas de trabajo aplicadas sobre el eje por cada uno de los discos. Son usadas para calcular los esfuerzos generados en el eje y a partir de estos calcular la geometría apropiada para que este no falle.

La figura 13 muestra la geometría del conjunto eje – discos y las cargas aplicadas a este.

Figura 13. Geometría del conjunto eje – discos y cargas aplicadas



5.3 CALCULO A FATIGA DEL EJE

La condición crítica de carga en el eje, se basa en la suposición de que la fuerza dinámica y el peso del eje se suman formando un solo vector. Dado que se conoce la masa de los discos, se procede al cálculo de su peso.

$$W_{Disco} = m_{Disco} g \Rightarrow W_{Disco} = 0.9555(9.806) \Rightarrow W_{Disco} = 9.3699 \text{ N}$$

Con base en los datos conocidos, realizamos la sumatoria de fuerzas en los ejes x e y. Con la estática del sistema se obtienen las graficas de cortante y momento representadas en las figuras 14 y 15.

Plano Y – Z

Figura 14. Diagrama de cortante versus distancia plano y – z

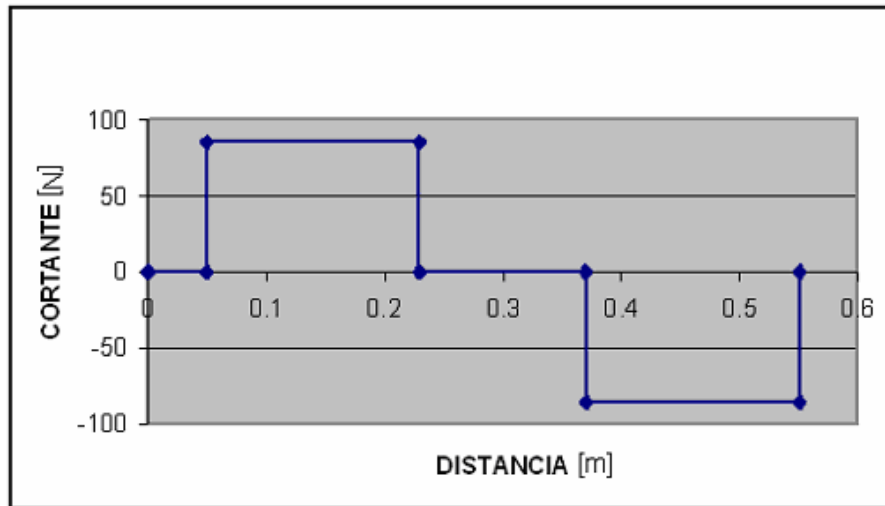
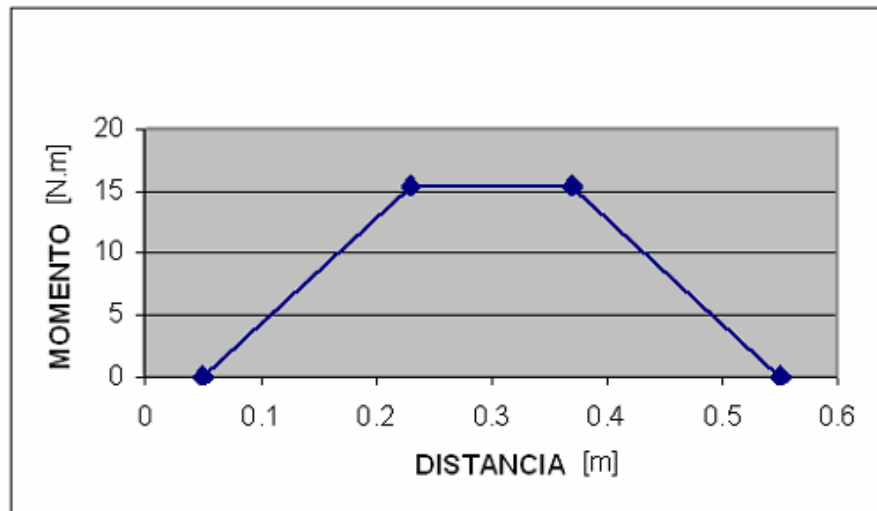


Figura 15. Diagrama de momentos versus distancia plano y – z



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_A + R_B - 2W_{Disco} - 2F_{yDinamica} = 0$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow R_A + R_B &= 2W_{Disco} + 2F_{Dinamica} \Rightarrow R_A + R_B = 2(9.3699) + 2(76.1766) \\
&\Rightarrow R_A + R_B = 171.093 \\
\sum M_{"A"} &= 0 \Rightarrow 0.21(W_{Disco} + F_{yDinamica}) + 0.29(W_{Disco} + F_{yDinamica}) - 0.5R_B = 0 \\
\Rightarrow R_B &= \frac{0.21(W_{Disco} + F_{yDinamica}) + 0.29(W_{Disco} + F_{yDinamica})}{0.5} \\
\Rightarrow R_B &= \frac{0.21(9.3699 + 76.1766) + 0.29(9.3699 + 76.1766)}{0.5} \\
&\Rightarrow R_B = 85.5465 \text{ N} \\
R_A &= 171.093 - 85.5465 \\
&\Rightarrow R_A = 85.5465 \text{ N}
\end{aligned}$$

La obtención del momento en los puntos C y D se puede simplificar a la ecuación:

$$M_C = 0.18R_A$$

Donde R_A tiene el mismo valor del esfuerzo cortante en el tramo.

Remplazando numéricamente se tiene:

$$M_C = 0.18(85.5465)$$

$$M_C = 15.3984 \text{ N.m}$$

El momento en el punto D tiene la misma magnitud por lo cual:

$$M_D = M_C = 15.3984 \text{ N.m}$$

Utilizando hoja de cálculo se pueden hacer variaciones a los parámetros aquí especificados.

Con la estática del sistema se obtienen las graficas de cortante y momento representadas en las figuras 16 y 17.

Plano X – Z

Figura 16. Diagrama de cortante versus distancia plano x - z

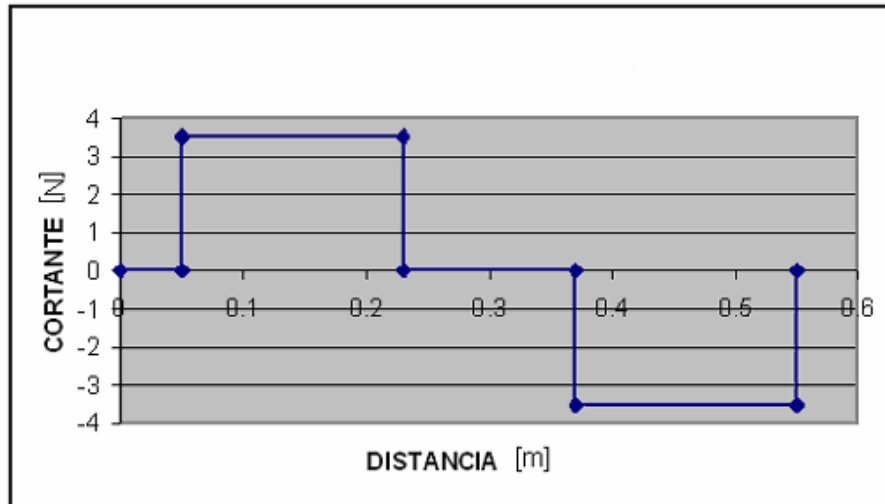
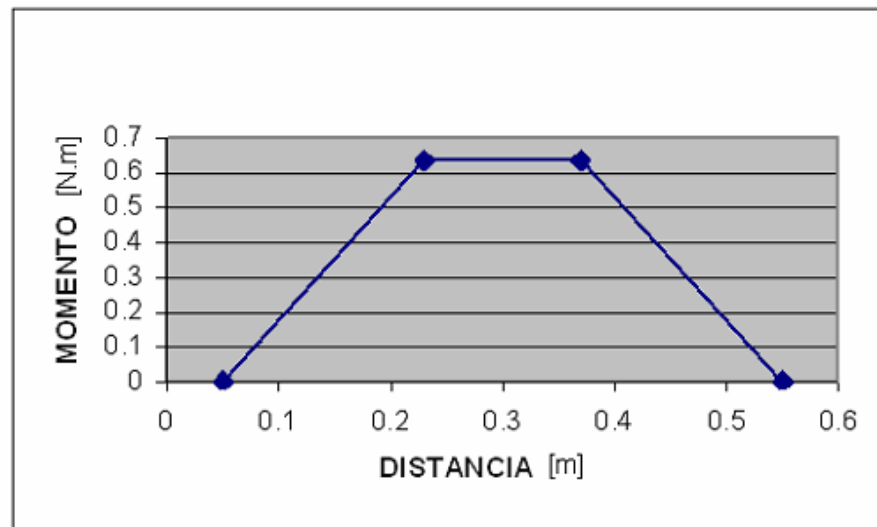


Figura 17. Diagrama de momentos versus distancia plano x - z



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_A + R_B = 2F_{xDinamica}$$

$$\Rightarrow R_A + R_B = 2(3.5292)$$

$$\sum M_{A''} = 0 \Rightarrow 0.21F_{xDinamica} + 0.29F_{xDinamica} - 0.5R_B = 0$$

$$\Rightarrow R_B = \frac{0.21F_{xDinamica} + 0.29F_{xDinamica}}{0.5} \Rightarrow R_B = \frac{0.21(3.5292) + 0.29(3.5292)}{0.5}$$

$$\Rightarrow R_B = 3.5292 \text{ N}$$

$$R_A = 2(3.5292) - 3.5292$$

$$\Rightarrow R_A = 3.5292 \text{ N}$$

Igual que en el caso anterior, los momentos en C y D se pueden calcular por:

$$M_C = 0.18R_A$$

Donde R_A tiene el mismo valor del esfuerzo cortante en el tramo.

Remplazando numéricamente se tiene:

$$M_C = 0.18(3.5292)$$

$$M_C = 0.6353 \text{ N.m}$$

El momento en el punto D tiene la misma magnitud por lo cual:

$$M_D = M_C = 0.6353 \text{ N.m}$$

Conociendo las condiciones de carga en ambos planos, podemos proceder al cálculo de los momentos resultantes en cada uno de los puntos. Para esto se utiliza la ecuación:

$$M_R = \sqrt{M_X^2 + M_Y^2}$$

Tabla 8. Momentos flectores resultantes en varios puntos del eje

PUNTO	MR [N. m]
A	0
C	15.41
D	15.41
B	0
E	0

Se puede tomar como punto critico el C o el D. El análisis de aquí en adelante se realizará para el punto C.

5.3.1 Análisis a Fatiga Punto C. Este análisis se basa en el estudio y aplicación de las ecuaciones relacionadas en el marco teórico. Este diseño se basara en un planteamiento a condiciones de vida infinita con temperatura de operación entre 20° C y 30° C.

Los momentos máximo y mínimo para el punto son:

$$M_{Max} = 15.4115 \text{ N.m}$$

$$M_{Min} = -15.4115 \text{ N.m}$$

Momentos medio y alternante.

$$M_{Med} = \frac{M_{Max} + M_{Min}}{2} \Rightarrow M_{Med} = \frac{15.4115 - 15.4115}{2}$$

$$\Rightarrow M_{Med} = 0$$

$$M_{Alt} = \frac{M_{Max} - M_{Min}}{2} \Rightarrow M_{Alt} = \frac{15.4115 + 15.4115}{2}$$

$$\Rightarrow M_{Alt} = 15.4115 \text{ N.m}$$

5.3.2 Geometría del Eje. Los parámetros iniciales de diseño no son los citados en este documento, las dimensiones aquí especificadas se obtuvieron a partir de optimizaciones en hojas de cálculo, mostradas en el anexo B al final de este documento.

Diámetro: $d = 13 \text{ mm} = 0.013 \text{ m}$

A partir del diámetro del eje, calculamos su momento de inercia.

$$I = \frac{\pi d^4}{64} \Rightarrow I = \frac{\pi (0.013)^4}{64}$$

$$\Rightarrow I = 1.40198 * 10^{-9} \text{ m}^4$$

Distancia a la fibra más externa.

$$C = \frac{d}{2} \Rightarrow C = \frac{0.013}{2}$$

$$C = 0.0065 \text{ m}$$

Calculo de Esfuerzos en la sección.

$$\sigma = \frac{MC}{I}$$

En el caso de cargas cíclicas, existen dos tipos de esfuerzos, medios y alternantes. Para las condiciones de carga del problema estudiado, solo se presentan esfuerzos alternantes. Condición mostrada en el ítem 3.3.1

$$\sigma_{Med} = \frac{M_{Med}C}{I}$$

$$\sigma_{Med} = 0$$

$$\sigma_{Alt} = \frac{M_{Alt}C}{I} \Rightarrow \sigma_{Alt} = \frac{(15.4115)(0.0065)}{1.40198 * 10^{-9}}$$

$$\sigma_{Alt} = 75.4119 \text{ MPa}$$

Dado que no existe torsión, no se calculan esfuerzos cortantes por torsión.

El eje no posee concentradores de esfuerzos, por lo cual se pueden considerar los valores de esfuerzos como reales.

Aplicando Von Mises.

$$\sigma'_{Med} = \sqrt{\sigma_{xxMed}^2 + \sigma_{yyMed}^2 - \sigma_{xxMed}\sigma_{yyMed} + 3\tau_{xyMed}^2}$$

$$\sigma'_{Med} = 0$$

$$\sigma'_{Alt} = \sqrt{\sigma_{xxAlt}^2 + \sigma_{yyAlt}^2 - \sigma_{xxAlt}\sigma_{yyAlt} + 3\tau_{xyAlt}^2}$$

$$\sigma'_{Alt} = \sigma_{xxAlt}$$

$$\sigma'_{Alt} = 75.4119 \text{ MPa}$$

5.3.3 Factores de Fatiga.

Estos determinan la disminución de la carga permisible aplicada al elemento, teniendo en cuenta una serie de factores que afectan el comportamiento mecánico del material, y basándose en lo expuesto en los ítems 3.3.2 - 3.3.3 – 3.3.4

Material: Acero Inoxidable AISI 304 Recocido.

Esfuerzo de Fluencia: $S_y = 241 \text{ MPa}$ ¹⁵

Esfuerzo Último: $S_{ut} = 586 \text{ MPa}$ ¹⁵

Factor de Carga: $C_{Carga} = 1$

Factor de Tamaño: $C_{Tamaño} = 1.189d^{-0.097} \Rightarrow C_{Tamaño} = 1.189(13)^{-0.097} \Rightarrow C_{Tamaño} = 0.9271$

Factor de Superficie: Tomando datos para un acero rolado en caliente.

$$A = 57.7 \quad b = -0.718$$

$$C_{Sup} = AS_{ut}^b \Rightarrow C_{Sup} = 57.7(586)^{-0.718}$$

$$C_{Sup} = 0.5941$$

Factor Temperatura: $C_{Temp} = 1$ El elemento trabaja a temperatura ambiente.

Factor de Confiabilidad: Para una confiabilidad del 90% se tiene. $C_{Conf} = 0.897$

Límite de resistencia a la fatiga. De acuerdo a la tabla 1.

$$S_e' = 0.5S_{ut} \Rightarrow S_e' = 0.5(586) \Rightarrow S_e' = 293 \text{ MPa}$$

Límite de Resistencia a la Fatiga Corregido:

$$S_e = C_{Carga} C_{Tamaño} C_{Sup} C_{Temp} C_{Conf} S_e'$$

$$S_e = 1(0.9271)(0.5941)(1)(0.897)(293)$$

¹⁵ Ibid., p. 997

$$Se = 144.7487 \text{ MPa}$$

Calculamos ahora el factor de seguridad usando el caso III de Goodman, ecuación [25]

$$Nf = \frac{Se \cdot Sut}{\sigma'_{Alt} Sut + \sigma'_{Med} Se} \Rightarrow Nf = \frac{144.7487(586)}{75.4119(586) + 0}$$

$$Nf = 2.0258$$

Con este factor de seguridad se garantiza que el eje no fallará trabajando bajo los parámetros especificados.

5.4 CALCULO DE DEFLEXIONES POR MÉTODO ESTÁTICO

Dado que se conocen las fuerzas generadas por las masas excéntricas en rotación, podemos calcular la deflexión causada por dicha fuerza mediante un método estático.

Plano Y – Z

La carga aplicada en esta condición esta expresada por:

$$P = W_{Disco} + F_{Dinamica} \Rightarrow P = 9.3699 + 76.1766$$

$$\Rightarrow P = 85.5464 \text{ N}$$

A partir de la tabla del anexo A, para las condiciones de apoyo de la viga estudiada se tiene.

Deflexión en C debida a la carga en C.

$$x = 0.18 \text{ m} \quad a = 0.18 \text{ m} \quad b = 0.32 \text{ m} \quad L = 0.5 \text{ m}$$

$$\delta_{cc} = \frac{Pbx}{6EIL} (L^2 - x^2 - b^2)$$

$$\Rightarrow \delta_{cc} = \frac{85.5465(0.32)(0.18)}{6(200 \cdot 10^9)(1.40198 \cdot 10^{-9})(0.5)} (0.5^2 - 0.18^2 - 0.32^2)$$

$$\Rightarrow \delta_{cc} = 6.7481 \cdot 10^{-4} \text{ m} \approx 0.6748 \text{ mm}$$

Deflexión en C debida a carga en D

$$x = 0.18 \text{ m} \quad a = 0.32 \text{ m} \quad b = 0.18 \text{ m} \quad L = 0.5 \text{ m}$$

$$\delta_{CD} = \frac{Pbx}{6EIL} (L^2 - x^2 - b^2)$$

$$\Rightarrow \delta_{CD} = \frac{85.5465(0.18)(0.18)}{6(200 \cdot 10^9)(1.40198 \cdot 10^{-9})(0.5)} (0.5^2 - 0.18^2 - 0.18^2)$$

$$\Rightarrow \delta_{cc} = 6.1023 \cdot 10^{-4} \text{ m} \approx 0.6102 \text{ mm}$$

Deflexión en D debida a carga en D

$$x = 0.32 \text{ m} \quad a = 0.32 \text{ m} \quad b = 0.18 \text{ m} \quad L = 0.5 \text{ m}$$

$$\delta_{DD} = \frac{Pbx}{6EIL} (L^2 - x^2 - b^2)$$

$$\Rightarrow \delta_{DD} = \frac{85.5465(0.18)(0.32)}{6(200 \cdot 10^9)(1.40198 \cdot 10^{-9})(0.5)} (0.5^2 - 0.32^2 - 0.18^2)$$

$$\Rightarrow \delta_{cc} = 6.7481 \cdot 10^{-4} \text{ m} \approx 0.6748 \text{ mm}$$

Deflexión en D debida a carga en C

$$x = 0.32 \text{ m} \quad a = 0.18 \text{ m} \quad b = 0.32 \text{ m} \quad L = 0.5 \text{ m}$$

$$\delta_{DC} = \frac{Pb}{6EIL} \left[\frac{L}{b} (x-a)^3 + (L^2 - b^2)x - x^3 \right]$$

$$\delta_{DC} = \frac{85.5465(0.32)}{6(200 \cdot 10^9)(1.40198 \cdot 10^{-9})(0.5)} \left[\frac{0.5}{0.32} (0.32 - 0.18)^3 + 0.32(0.5^2 - 0.32^2) - 0.32^3 \right]$$

$$\delta_{DC} = 6.1023 \cdot 10^{-4} \text{ m} \approx 0.6102 \text{ mm}$$

Aplicando el método de superposición de las deflexiones podemos hallar la deflexión total en cada uno de los puntos.

Deflexión total en punto C

$$\delta_C = \delta_{CC} + \delta_{CD}$$

$$\Rightarrow \delta_C = 6.7481 * 10^{-4} + 6.1023 * 10^{-4}$$

$$\Rightarrow \delta_C = 12.8505 * 10^{-4} \text{ m} \approx 1.2851 \text{ mm}$$

Deflexión total en punto D

$$\delta_D = \delta_{DD} + \delta_{DC}$$

$$\Rightarrow \delta_D = 6.7481 * 10^{-4} + 6.1023 * 10^{-4}$$

$$\Rightarrow \delta_D = 12.8505 * 10^{-4} \text{ m} \approx 1.2851 \text{ mm}$$

Con una metodología similar podemos calcular la deflexión en el punto medio del eje.

Deflexión en F debida a la carga en C

$$x = 0.25 \text{ m} \quad a = 0.18 \text{ m} \quad b = 0.32 \text{ m} \quad L = 0.5 \text{ m}$$

$$\delta_{FC} = \frac{Pb}{6EIL} \left[\frac{L}{b} (x-a)^3 + (L^2 - b^2)x - x^3 \right]$$

$$\delta_{FC} = \frac{85.5465(0.32)}{6(200 * 10^9)(1.40198 * 10^{-9})(0.5)} \left[\frac{0.5}{0.32} (0.25 - 0.18)^3 + 0.25(0.5^2 - 0.32^2) - 0.25^3 \right]$$

$$\delta_{FC} = 7.098 * 10^{-4} \text{ m} \approx 0.7098 \text{ mm}$$

Deflexión en F debida a carga en D

$$x = 0.25 \text{ m} \quad a = 0.32 \text{ m} \quad b = 0.18 \text{ m} \quad L = 0.5 \text{ m}$$

$$\delta_{FD} = \frac{Pbx}{6EIL} (L^2 - x^2 - b^2)$$

$$\Rightarrow \delta_{FD} = \frac{85.5465(0.18)(0.25)}{6(200 * 10^9)(1.40198 * 10^{-9})(0.5)} (0.5^2 - 0.25^2 - 0.18^2)$$

$$\Rightarrow \delta_{cc} = 7.098 * 10^{-4} \text{ m} \approx 0.7098 \text{ mm}$$

Aplicando Superposición

$$\delta_F = \delta_{FC} + \delta_{FD}$$

$$\Rightarrow \delta_F = 7.098 * 10^{-4} + 7.098 * 10^{-4}$$

$$\Rightarrow \delta_F = 1.4195 * 10^{-3} \text{ m} \approx 1.4195 \text{ mm}$$

En este tipo de sistema no solo basta con calcular la deflexión en el eje, también es necesario determinar el ángulo que presenta este en el momento de la deflexión. Este ángulo permite determinar el tipo de rodamientos a utilizar en el equipo de manera tal que no restrinja la libertad de movimiento del eje, introduciendo errores a la simulación y por ende llevando a resultados inadecuados.

Ángulo en apoyo A debido a carga en C

$$a = 0.18 \text{ m} \quad b = 0.32 \text{ m} \quad L = 0.5 \text{ m} \quad P = 85.5465 \text{ N}$$

$$\theta_{AC} = \frac{Pb(L^2 - b^2)}{6EIL}$$

$$\Rightarrow \theta_{AC} = \frac{85.5465(0.32)(0.5^2 - 0.32^2)}{6(200 * 10^9)(1.40198 * 10^{-9})(0.5)}$$

$$\Rightarrow \theta_{AC} = 4.8034 * 10^{-3} \text{ rad}$$

Ángulo en apoyo A debido a carga en D

$$a = 0.32 \text{ m} \quad b = 0.18 \text{ m} \quad L = 0.5 \text{ m} \quad P = 85.5465 \text{ N}$$

$$\theta_{AD} = \frac{Pb(L^2 - b^2)}{6EIL}$$

$$\Rightarrow \theta_{AD} = \frac{85.5465(0.18)(0.5^2 - 0.18^2)}{6(200 * 10^9)(1.40198 * 10^{-9})(0.5)}$$

$$\Rightarrow \theta_{AD} = 3.9833 * 10^{-3} \text{ rad}$$

Ángulo total en apoyo A

$$\theta_A = \theta_{AC} + \theta_{AD}$$

$$\Rightarrow \theta_A = 4.8034 * 10^{-3} + 3.9833 * 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \theta_A = 8.7866 * 10^{-3} \text{ rad} \approx 0.5034^\circ$$

Da manera similar se pueden calcular los ángulos en el apoyo B.

Ángulo en apoyo B debido a carga en C.

$$a = 0.18 \text{ m} \quad b = 0.32 \text{ m} \quad L = 0.5 \text{ m} \quad P = 85.5465 \text{ N}$$

$$\theta_{BC} = \frac{Pa(L^2 - a^2)}{6EIL}$$

$$\Rightarrow \theta_{BC} = \frac{85.5465(0.18)(0.5^2 - 0.18^2)}{6(200 * 10^9)(1.40198 * 10^{-9})(0.5)}$$

$$\Rightarrow \theta_{BC} = 3.9833 * 10^{-3} \text{ rad}$$

Ángulo en apoyo B debido a carga en D

$$a = 0.32 \text{ m} \quad b = 0.18 \text{ m} \quad L = 0.5 \text{ m} \quad P = 85.5465 \text{ N}$$

$$\theta_{BD} = \frac{Pa(L^2 - a^2)}{6EIL}$$

$$\Rightarrow \theta_{BD} = \frac{85.5465(0.32)(0.5^2 - 0.32^2)}{6(200 * 10^9)(1.40198 * 10^{-9})(0.5)}$$

$$\Rightarrow \theta_{BD} = 4.8034 * 10^{-3} \text{ rad}$$

Ángulo total en apoyo B

$$\theta_B = \theta_{BC} + \theta_{BD}$$

$$\Rightarrow \theta_B = 3.9833 * 10^{-3} + 4.8034 * 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \theta_B = 8.7866 * 10^{-3} \approx 0.5034^\circ$$

Conociendo el valor del ángulo en los puntos de apoyo, se puede proceder a una correcta selección del sistema de rodamientos.

5.5 SELECCIÓN DE RODAMIENTOS

En los primeros pasos del diseño se estudió la posibilidad de montar un sistema de cojinetes de aceite, pero, la condición de vibración constante, así como las deflexiones y el ángulo descrito por el eje llevaron a cambiar este concepto a favor del montaje de rodamientos oscilantes de bolas, los cuales permiten condiciones como las descritas. Para la selección de este tipo de rodamientos se usa la metodología indicada por el fabricante en el catalogo de selección.

Debemos determinar la carga total aplicada en los apoyos. Es indispensable seleccionar los rodamientos con base al apoyo que soporta mayor carga, de esta manera, garantizamos como mínimo la durabilidad de este; los demás tendrán aun más vida útil.

$$Fr_A = \sqrt{F_{XA}^2 + F_{YA}^2} \quad [35]$$

$$Fr_A = \sqrt{85.5465^2 + 3.5292^2}$$

$$\Rightarrow F_{rA} = F_{rB} = 85.6193$$

La carga axial en este sistema se puede considerar como nula, por lo tanto.

$$F_{aA} = F_{aB} = 0$$

$$\frac{F_a}{F_r} = 0$$

Para Calcular las condiciones de carga o las fuerzas que van a actuar sobre los rodamientos se calculan los valores de carga estática y dinámica.

Carga Dinámica.

$$P = F_r + YF_a \quad [36]$$

$$\Rightarrow P = F_r \quad \Rightarrow P = 85.6193 \text{ N}$$

Carga Estática.

$$P_o = F_r \quad \Rightarrow P_o = 85.6193 \text{ N}$$

Con estas características se pueden seleccionar rodamientos con las siguientes características técnicas.

FAG 1202 TV

Numero limite de revoluciones: Grasa: 20000 rpm
Aceite: 26000 rpm

Carga dinámica máxima: 7.5 KN

Carga estática máxima: 1.76 KN

Espesor (B): 11 mm

Diámetro interno d: 12 mm

Diámetro exterior D: 32 mm

5.6 DISEÑO ESTRUCTURAL

El parámetro primordial en el diseño de la estructura de un sistema generador de vibraciones es su rigidez. La baja rigidez de la maquina lleva a vibraciones indeseadas en el sistema, conduciendo a lecturas erróneas en los espectros.

Para obtener una rigidez estructural conveniente se implementaron sistemas de juntas deslizables, aseguradas con tornillos, así como bases de alto peso y bajo centro de gravedad. Entre mayor sea el peso de las bases, mejores resultados se obtienen. Adicionalmente, las bases cuentan con agujeros roscados que permiten sujetarlas al mesón donde opera la maquina.

A partir de los bocetos iniciales, se desarrollaron diseños en paquetes CAD, los cuales permiten observar la geometría de la pieza en tres dimensiones y con datos de densidad calcular su masa y la ubicación del centro de gravedad. En este mismo paquete se desarrollaron los ensambles de las diferentes piezas diseñadas con el fin de observar la maquina sin haberla construido. Finalmente se generaron los planos de fabricación para cada una de las piezas, los cuales se pueden observar en el anexo C de este documento.

5.7 CALCULO DE VELOCIDAD CRÍTICA DEL SISTEMA

Para calcular la velocidad crítica del sistema eje-discos se emplean los métodos de Rayleigh y Dunkerley presentados en el ítem 3.3.7.

Calculamos inicialmente las deflexiones causadas por el peso de los discos.

Deflexión en C debida a la carga en C.

$$x = 0.18 \text{ m} \quad a = 0.18 \text{ m} \quad b = 0.32 \text{ m} \quad L = 0.5 \text{ m} \quad P = 9.3699 \text{ N}$$

$$\delta_{cc} = \frac{Pbx}{6EIL}(L^2 - x^2 - b^2)$$

$$\Rightarrow \delta_{cc} = \frac{9.3699(0.32)(0.18)}{6(200 \cdot 10^9)(1.40198 \cdot 10^{-9})(0.5)}(0.5^2 - 0.18^2 - 0.32^2)$$

$$\Rightarrow \delta_{cc} = 7.3912 \cdot 10^{-5} \text{ m} \approx 7.3912 \cdot 10^{-2} \text{ mm}$$

Deflexión en C debida a carga en D

$$x = 0.18 \text{ m} \quad a = 0.32 \text{ m} \quad b = 0.18 \text{ m} \quad L = 0.5 \text{ m} \quad P = 9.3699 \text{ N}$$

$$\delta_{CD} = \frac{Pbx}{6EIL}(L^2 - x^2 - b^2)$$

$$\Rightarrow \delta_{CD} = \frac{9.3699(0.18)(0.18)}{6(200 \cdot 10^9)(1.40198 \cdot 10^{-9})(0.5)}(0.5^2 - 0.18^2 - 0.18^2)$$

$$\Rightarrow \delta_{cc} = 6.6839 \cdot 10^{-5} \text{ m} \approx 6.6839 \cdot 10^{-2} \text{ mm}$$

Deflexión total en C

$$\delta_C = \delta_{CC} + \delta_{CD}$$

$$\Rightarrow \delta_C = 7.3912 * 10^{-5} + 6.6839 * 10^{-5}$$

$$\Rightarrow \delta_C = 14.0751 * 10^{-5} \text{ m} \approx 0.1408 \text{ mm}$$

Deflexión en D debida a carga en C

$$x = 0.32 \text{ m} \quad a = 0.18 \text{ m} \quad b = 0.32 \text{ m} \quad L = 0.5 \text{ m} \quad P = 9.3699 \text{ N}$$

$$\delta_{DC} = \frac{Pb}{6EIL} \left[\frac{L}{b}(x-a)^3 + (L^2 - b^2)x - x^3 \right]$$

$$\delta_{DC} = \frac{9.3699(0.32)}{6(200 * 10^9)(1.40198 * 10^{-9})(0.5)} \left[\frac{0.5}{0.32}(0.32 - 0.18)^3 + 0.32(0.5^2 - 0.32^2) - 0.32^3 \right]$$

$$\delta_{DC} = 6.6839 * 10^{-5} \text{ m} \approx 6.6839 * 10^{-2} \text{ mm}$$

Deflexión en D debida a carga en D

$$x = 0.32 \text{ m} \quad a = 0.32 \text{ m} \quad b = 0.18 \text{ m} \quad L = 0.5 \text{ m} \quad P = 9.3699 \text{ N}$$

$$\delta_{DD} = \frac{Pbx}{6EIL} (L^2 - x^2 - b^2)$$

$$\Rightarrow \delta_{DD} = \frac{9.3699(0.18)(0.32)}{6(200 * 10^9)(1.40198 * 10^{-9})(0.5)} (0.5^2 - 0.32^2 - 0.18^2)$$

$$\Rightarrow \delta_{DD} = 7.3912 * 10^{-5} \text{ m} \approx 7.3912 * 10^{-2} \text{ mm}$$

Deflexión total en punto D

$$\delta_D = \delta_{DD} + \delta_{DC}$$

$$\Rightarrow \delta_D = 6.6839 * 10^{-5} + 7.3912 * 10^{-5}$$

$$\Rightarrow \delta_D = 14.0751 * 10^{-5} \text{ m} \approx 0.1407 \text{ mm}$$

Con los valores de deflexión estática, aplicamos primero la ecuación [31] correspondiente al método de Rayleigh.

$$\varpi_n = \sqrt{g \frac{\sum_{i=1}^n W_i \delta_i}{\sum_{i=1}^n W_i \delta_i^2}}$$

$$\Rightarrow \varpi_n = \sqrt{9.806 \left(\frac{9.3699(14.0751 * 10^{-5}) + 9.3699(14.0751 * 10^{-5})}{9.3699(14.0751 * 10^{-5})^2 + 9.3699(14.0751 * 10^{-5})^2} \right)}$$

$$\Rightarrow \varpi_n = 263.9491 \text{ rad/s} \approx 2520.528 \text{ rpm}$$

Este cálculo corresponde al valor de la primera velocidad crítica utilizando el método de Rayleigh. Ahora se aplica el método de Dunkerley (Ecuaciones 32-34).

Velocidad crítica en el punto C causada por la masa en C.

$$\varpi_{crC} = \sqrt{\frac{g}{\delta_{CC}}}$$

$$\Rightarrow \varpi_{crC} = \sqrt{\frac{9.806}{7.3912 * 10^{-5}}} \Rightarrow \varpi_{crC} = 364.24 \text{ rad/s} \approx 3478.24 \text{ rpm}$$

Velocidad crítica en el punto D causada por la masa en D.

$$\varpi_{crD} = \sqrt{\frac{g}{\delta_{DD}}}$$

$$\Rightarrow \varpi_{crD} = \sqrt{\frac{9.806}{7.3912 * 10^{-5}}} \Rightarrow \varpi_{crD} = 364.24 \text{ rad/s} \approx 3478.24 \text{ rpm}$$

Velocidad crítica del sistema

$$\varpi_{cr} = \frac{\varpi_{crC} \varpi_{crD}}{\sqrt{\varpi_{crC}^2 + \varpi_{crD}^2}}$$

$$\Rightarrow \varpi_{cr} = \frac{364.24(364.24)}{\sqrt{(364.24)^2 + (364.24)^2}} \Rightarrow \varpi_{cr} = 257.56 \text{ rad/s} \approx 2459.52 \text{ rpm}$$

Ambos métodos arrojan velocidades muy similares, indicando que dentro de este intervalo de valores se encuentra la velocidad crítica del sistema. Este resultado coincide con lo expuesto en el ítem 3.3.7 de la revisión teórica.

Se espera que a una velocidad cercana a las 2500 rpm el sistema entre en resonancia, por esta razón se debe trabajar el banco Rotorkit a una velocidad superior o inferior al rango obtenido, buscando pasar lo más rápido posible por el intervalo no deseado.

En caso de mantenerse el sistema rotando a la velocidad de resonancia, se corre el riesgo de generar deformaciones permanentes en el eje, obligando al cambio de este.

5.8 VERIFICACION DE MODOS DE VIBRACIÓN UTILIZANDO PAQUETE CAE

La primera frecuencia de resonancia se presenta a 2345.35 rpm, valor muy cercano a los obtenidos mediante los métodos de Rayleigh y Dunkerley.

Para esta simulación se empleo el software ALGOR en el modo “Natural Frequency (Modal)” utilizando elementos de tipo Tetrahedron.

Tomando como valor teórico el calculado mediante el método de Rayleigh se tiene un porcentaje de error del 6.95%. A partir del valor obtenido por Dunkerley se tiene un error del 4.64%. La desviación con respecto a estos valores se puede presentar por los apoyos usados, el tipo de elemento, numero de elementos, entre otros.

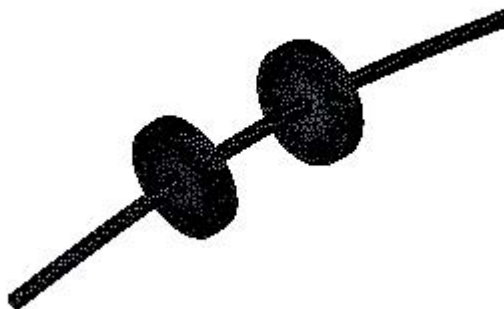
Por la diferencia entre los resultados obtenidos en los tres métodos usados, es recomendable realizar una prueba en el banco Rotorkit para verificar la velocidad crítica del sistema y así evitar que se llegue a condiciones de resonancia indeseadas en las pruebas de laboratorio.

Figura 18. Primer modo de vibración – Vista Frontal



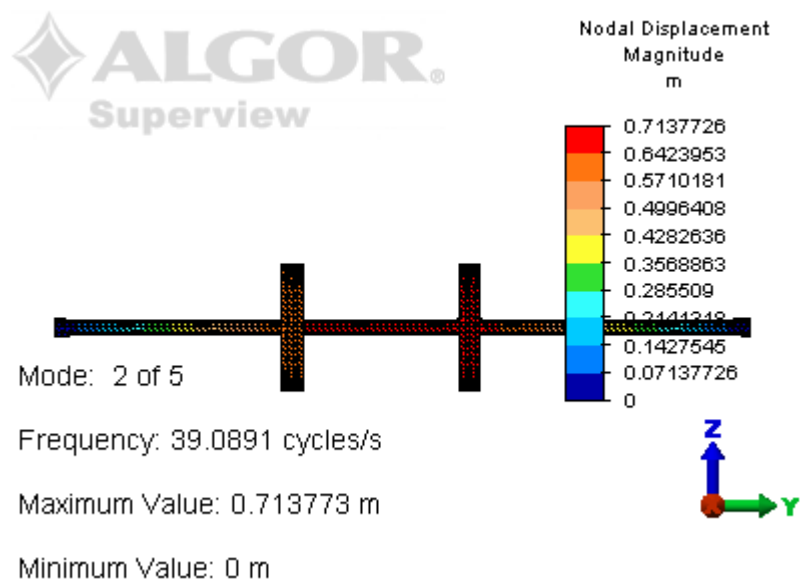
ALGOR

Figura 19. Primer modo de vibración – Vista Isométrica



ALGOR

Figura 20. Primer modo de vibración – Frecuencia de resonancia.



ALGOR

6. CONCLUSIONES

Se diseñó y construyó un banco de pruebas Rotorkit, en el cual se aplicaron las metodologías de diseño mecánico, teorías de vibraciones y desbalanceo dinámico y estático.

En la consecución de los objetivos específicos, se usaron métodos computacionales para verificación del comportamiento general del sistema en condiciones de operación y resonancia, como son hojas de cálculo y paquetes CAD – CAE; se desarrollaron los planos de fabricación y los archivos CAD.

7. RECOMENDACIONES

Los resultados presentados en este trabajo hacen parte de una primera etapa en la implementación del laboratorio de vibraciones mecánicas. En lo referente al banco Rotorkit se pueden hacer las siguientes recomendaciones.

- El banco simulador de vibraciones permite la implementación de otro tipo de condiciones de operación, como pueden ser ejes en voladizo. A este tipo de comportamiento se le conoce como movimiento giroscópico; el cual obliga a la utilización de múltiples sensores de posición para determinar el desplazamiento del sistema en “cabeceo”.

Con el sistema actual de sensado se obtienen pocos puntos muestrales por revolución, lo que hace que la señal medida no sea representativa para el análisis del movimiento giroscópico.

- Cualquiera sea el montaje del conjunto eje-discos, incluido el presentado en este documento, se debe verificar con la máquina en operación la primera velocidad crítica, comparándola con el resultado obtenido en los cálculos previos. A partir de este dato se debe restringir el sistema de control de velocidad, de manera tal que este no opere a la velocidad crítica obtenida, proporcionando un rango de seguridad.

La opción más confiable es reprogramar el microcontrolador para que este no permita una velocidad de operación dentro del rango especificado.

- Los estudiantes de cursos de control e instrumentación, pueden desarrollar sistemas de control mediante tarjetas de adquisición de datos, implementando programas que ajusten la velocidad del motor con una salida análoga de 0 – 10V.

BIBLIOGRAFIA

HAMROCK, Bernard J. Elementos de Máquinas. México: Mc Graw Hill, 1999. 926 p.

INMAN, Daniel J. Engineering Vibration. USA: Prentice Hall, 1994. 621 p.

INSTITUTO COLOMBIANO DE NORMAS TÉCNICAS Y CERTIFICACIÓN. Dibujo Técnico: Principio fundamental de tolerancias. Bogotá: ICONTEC, 2002. 7 p. (NTC 2498).

INSTITUTO COLOMBIANO DE NORMAS TÉCNICAS Y CERTIFICACIÓN. Dibujo Técnico: Tornillos roscados y partes roscadas, Parte I. Convenciones generales. Bogotá: ICONTEC, 1996. 12 p. (NTC 1993).

INSTITUTO COLOMBIANO DE NORMAS TÉCNICAS Y CERTIFICACIÓN. Dibujo Técnico: Tolerancia de dimensiones lineales y angulares. Bogotá: ICONTEC, 2002. 6 p. (NTC 1722).

INSTITUTO COLOMBIANO DE NORMAS TÉCNICAS Y CERTIFICACIÓN. Dibujo Técnico: Tolerancias geométricas, tolerancias de forma, orientación, localización y alineación. Generalidades, definiciones, símbolos e indicaciones en dibujos. Bogotá: ICONTEC, 2002. 33 p. (NTC 1831).

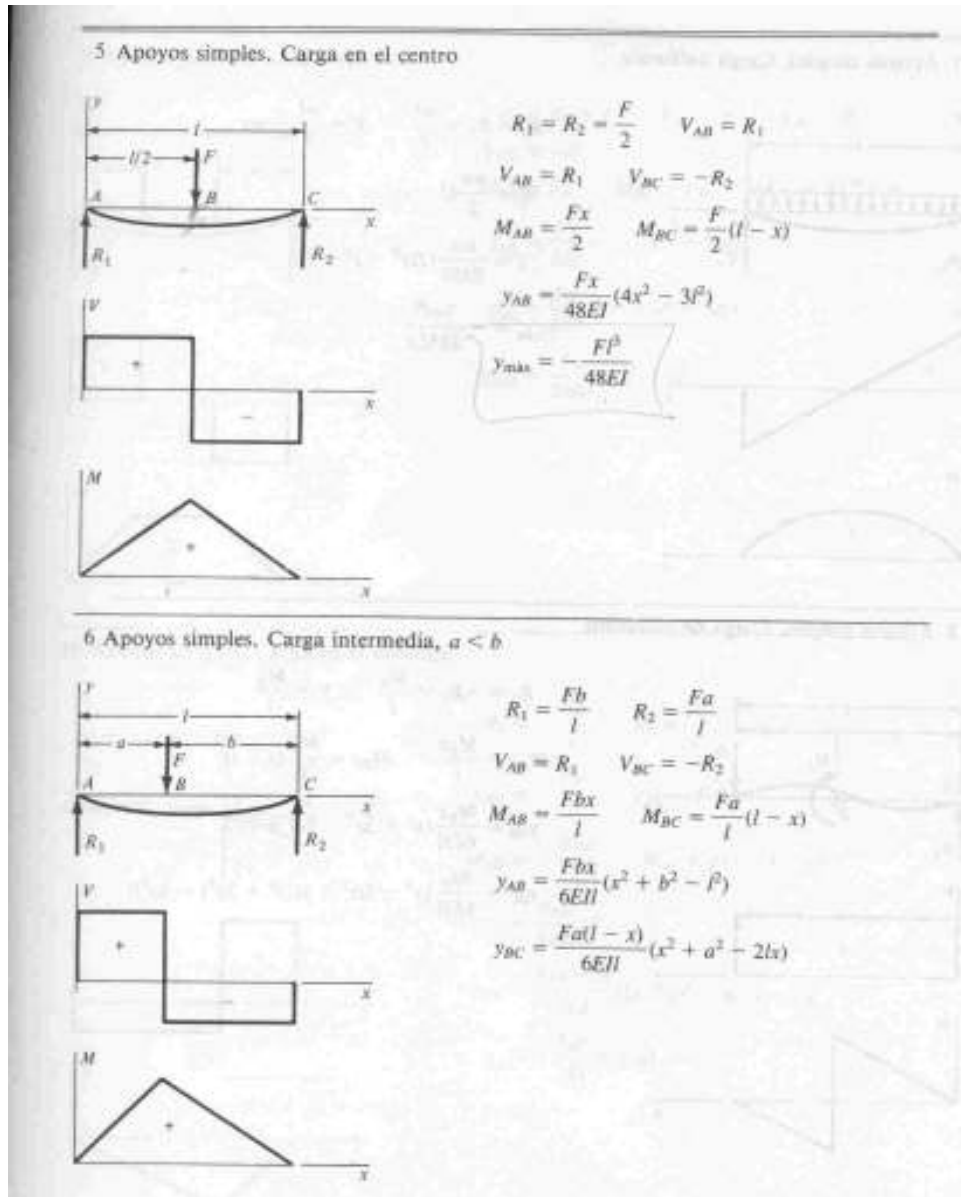
NORTON, Robert L. Diseño de Máquinas. México: Prentice Hall, 1999. 1080 p.

SHIGLEY, Joseph Edward. Diseño en ingeniería mecánica. México: Mc Graw Hill, 1990. 883 p.

TIMOSHENKO, Stephen. Vibration problems in engineering. Canada: John Wiley & Sons, 1974. 521 p.

ANEXO A

Tabla de deflexiones estáticas en vigas¹⁶.



¹⁶ SHIGLEY, Joseph Edward. Diseño en ingeniería mecánica. México: Mc Graw Hill, 1990. p. 833

ANEXO B

Hojas de cálculo para optimización de resultados.

CALCULO TORNILLO 1

RADIO [M] 0.003175
 VOLUMEN 5.22859E-07
 MASA 0.004107579

VARIABLES

PI 3.141592654
 DIAMETRO[INCH] 0.25 0.00635
 LONGITUD 0.65 0.01651
 DENSIDAD 7856
 DISTANCIA AL CENTRO 3.9 0.039

CALCULO TORNILLO 2

RADIO [M] 0.00238125
 VOLUMEN 2.94108E-07
 MASA 0.002310513

VARIABLES

PI 3.14159265
 DIAMETRO[INCH] 0.1875 0.0047625
 LONGITUD 0.65 0.01651
 DENSIDAD 7856
 DISTANCIA AL CENTRO 2.8 0.028

CALCULO MASA DISCO PRINCIPAL

RADIO [M] 0.05
 VOLUMEN 0.00012183
 MASA 0.9555275
 PESO 9.3699027

VARIABLES

PI 3.14159265
 DIAMETRO[CMS] 10 0.1
 BASE 0.65 0.01651
 DENSIDAD 7856
 TORNILLOS1 12
 TORNILLOS2 6
 ANGULO DESFASE 15 0.26179939
 ANGULO AGUJEROS1 30
 ANGULO AGUJEROS2 60

CALCULO DE LA FUERZA PRODUCIDA
POR LAS MASAS

VARIABLES

AGUJERO 1 16.8822805
AGUJERO 2 6.81784403

PI 3.14159265
VELOCIDAD ANGULAR [RPM] 3100 324.631241

CALCULO DESCOMPOSICION DE LAS FUERZAS

PLANO X		PLANO Y	
NODO 1AX	14.6204837	NODO 1AY	8.441140227
NODO 1BX	8.44114023	NODO 1BY	14.62048375
NODO 1CX	-1.7498E-12	NODO 1CY	16.88228045
NODO 1DX	-8.44114023	NODO 1DY	14.62048375
NODO 1EX	-14.6204837	NODO 1EY	8.441140227
NODO 2FX	6.58553163	NODO 2FY	1.764587881
NODO 2GX	1.76458788	NODO 2GY	6.585531628
NODO 2HX	-4.82094375	NODO 2HY	4.820943748
	3.52917576		76.17859168

CALCULO DE EJE PARA CASO I (MASAS EXCENTRICAS EN IGUAL DIRECCION)

PLANO Y-Z

PESO DISCO 9.3899027

FUERZA DINÁMICA EJE Y 76.1765917

CALCULO DE REACCIONES

RB 85.5464944

RA 85.5464944

ESFUERZOS CORTANTES

TRAMO E-A 0

TRAMO A-C 85.5464944

TRAMO C-D 0

TRAMO D-B -85.5464944

MOMENTOS

PUNTO A 0

PUNTO C 15.398369

PUNTO D 15.398369

PUNTO B 0

PUNTO E 0

VARIABLES

PI 3.14159265

LONGITUD [cm] 55 0.55 [m]

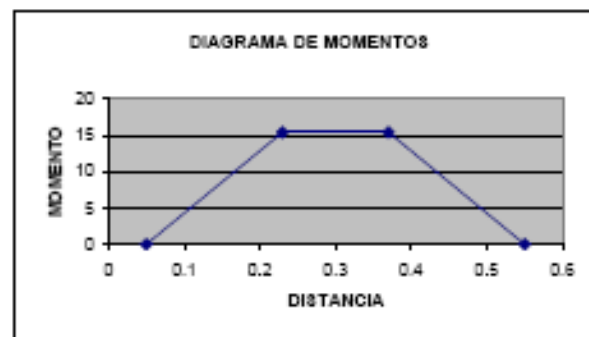
DISTANCIAS DESDE EL EXTREMO IZQUIERDO

APOYO A [cm] 5 0.05 [m]

DISCO C [cm] 23 0.23 [m]

DISCO D [cm] 37 0.37 [m]

APOYO B [cm] 55 0.55 [m]



CALCULO DE EJE PARA CASO I (MASAS EXCENTRICAS EN IGUAL DIRECCION)
PLANO X-Z

FUERZA DINÁMICA EJE X 3.52917576

CALCULO DE REACCIONES

RB 3.52917576

RA 3.52917576

ESFUERZOS CORTANTES

TRAMO E-A 0

TRAMO A-C 3.52917576

TRAMO C-D 0

TRAMO D-B -3.52917576

MOMENTOS

PUNTO A 0

PUNTO C 0.63525164

PUNTO D 0.63525164

PUNTO B 0

PUNTO E 0

VARIABLES

PI 3.14159265

LONGITUD [cm] 55 0.55 [m]

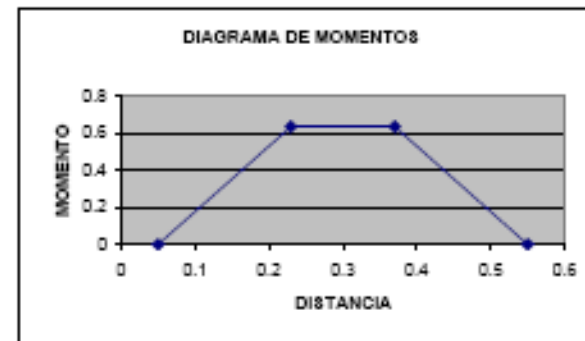
DISTANCIAS DESDE EL EXTREMO IZQUIERDO

APOYO A [cm] 5 0.05 [m]

DISCO C [cm] 23 0.23 [m]

DISCO D [cm] 37 0.37 [m]

APOYO B [cm] 55 0.55 [m]



CLACULO A FATIGA DEL EJE PARA CASO I
MOMENTOS RESULTANTES

PUNTO	MR
A	0
C	15.4114669
D	15.4114669
B	0
E	0

Mmax 15.4114669
Mmin -15.4114669
MOMENTO MEDIO 0
MOMENTO ALTERNO 15.4114669

GEOMETRIA EJE

MOMENTO DE INERCIA 1.40198E-09 m^4
C 0.0065 m

CALCULO DE ESFUERZOS

Gmed 0 Pa 0 MPa
Galt 71451940.28 Pa 71.45194028 MPa

APLICANDO VON MISES

Gmed' 0 MPa
Galt' 71.45194028 MPa

FACTORES DE FATIGA

Ccarga 1
Ctamaño 0.92710591
Csuperficie 0.59405318
Ctemperatura 1
Cconfiabilidad 0.897
Se' 293
Se 144.7487219

VARIABLES

PI 3.14159265
DIAMETRO EJE [mm] 13 0.013 m
Sy 241 MPa
Sut 586 MPa
A (SUPERFICIE) 57.7
b (SUPERFICIE) -0.718

FACTOR DE SEGURIDAD CASO III DE GOODMAN

Nf 2.025819332

CALCULO DE DEFLEXIONES POR MÉTODO ESTÁTICO

CARGA 85.5464944

DEFLEXIÓN EN C DEBIDA A CARGA EN C

x 0.18

a 0.18

b 0.32

L 0.5

DeltaCC 0.00067481 m 0.67481173 mm

DEFLEXIÓN EN C DEBIDA A CARGA EN D

x 0.18

a 0.32

b 0.18

L 0.5

DeltaCD 0.00061023 m 0.61023014 mm

DEFLEXIÓN EN D DEBIDA A CARGA EN D

x 0.32

a 0.32

b 0.18

L 0.5

DeltaDD 0.00067481 m 0.67481173 mm

DEFLEXIÓN EN D DEBIDA A CARGA EN C

x 0.32

a 0.18

b 0.32

L 0.5

DeltaDC 0.00061023 m 0.61023014 mm

DEFLEXIONES TOTALES

Deflexión en C 0.00128504 m 1.28504186 mm

Deflexión en D 0.00128504 m 1.28504186 mm

DEFLEXIÓN EN EL PUNTO MEDIO DEL EJE (F)

DEFLEXIÓN EN F DEBIDA A CARGA EN C

x 0.25

a 0.18

b 0.32

L 0.5

DeltaFC 0.00070979 m 0.70979342 mm

DEFLEXIÓN EN F DEBIDA A CARGA EN D

x 0.25

a 0.32

b 0.18

L 0.5

DeltaFD 0.00070979 m 0.70979342 mm

DEFLEXIÓN TOTAL EN F

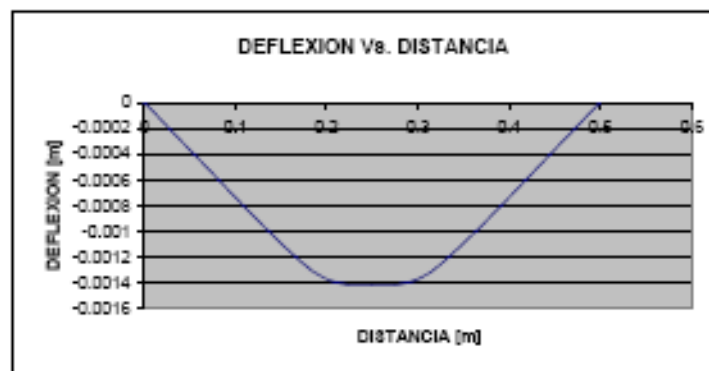
Deflexión en F 0.00141959 m 1.41958684 mm

VARIABLES

PI 3.14159265

E 200 GPa

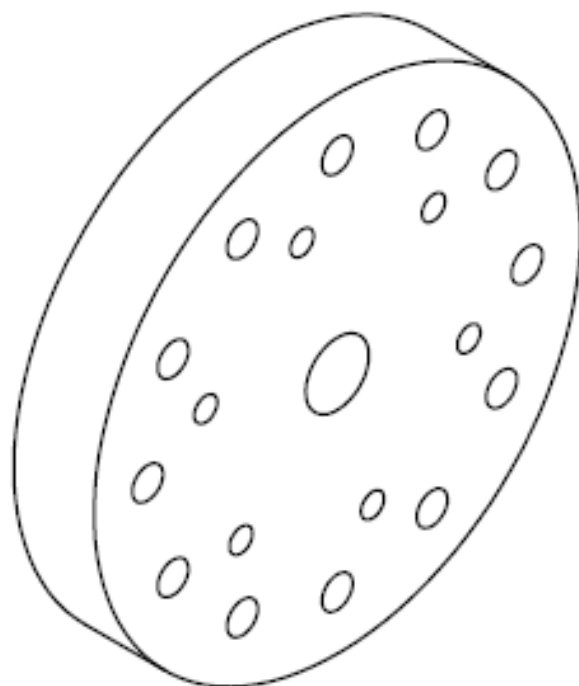
2E+11 Pa



0	0
0.18	-0.00128504
0.25	-0.00141959
0.32	-0.00128504
0.5	0

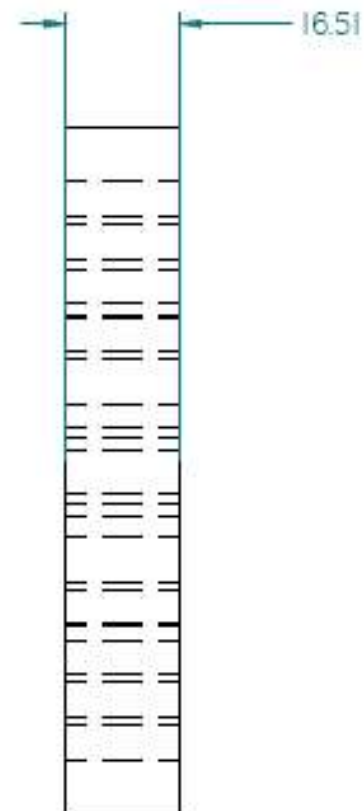
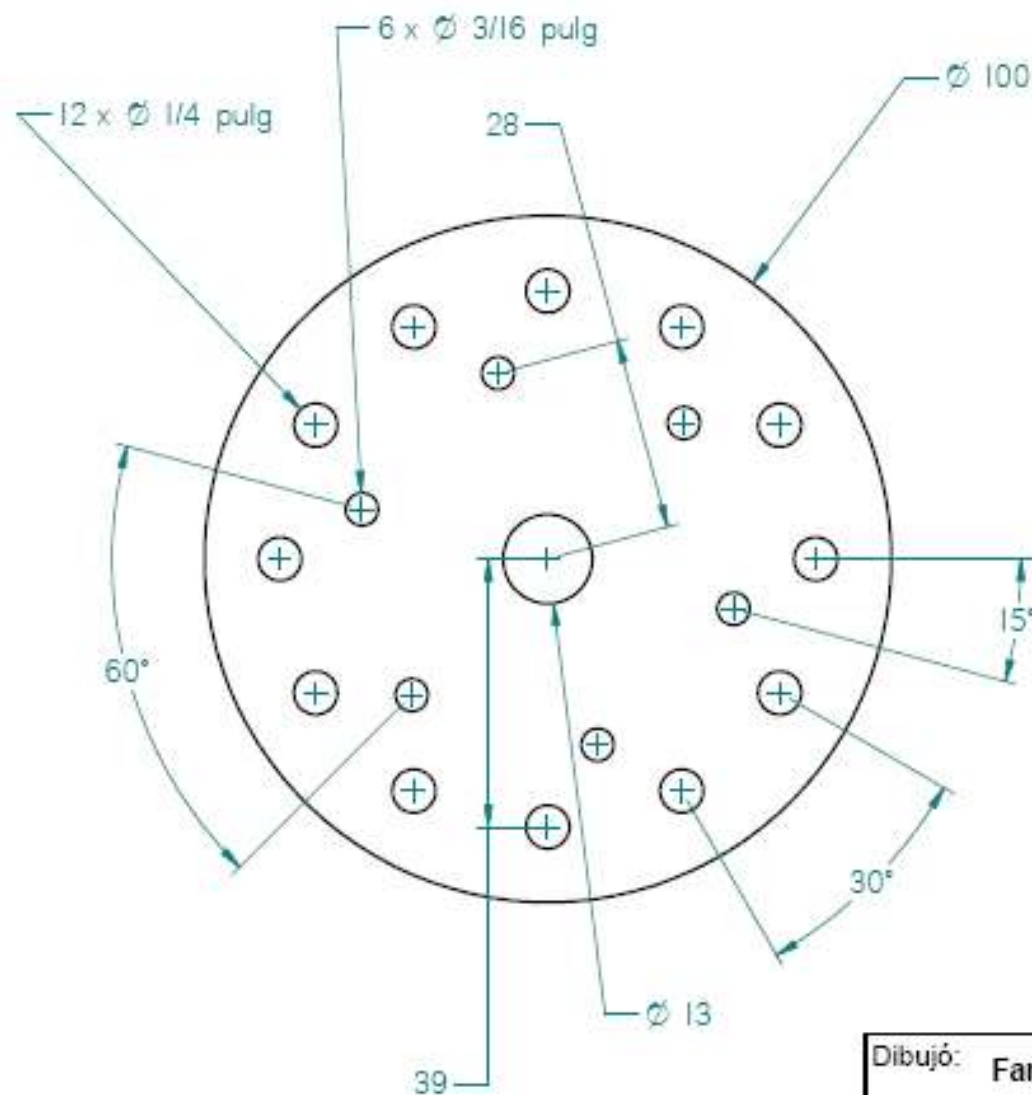
ANEXO C

Planos de fabricación.



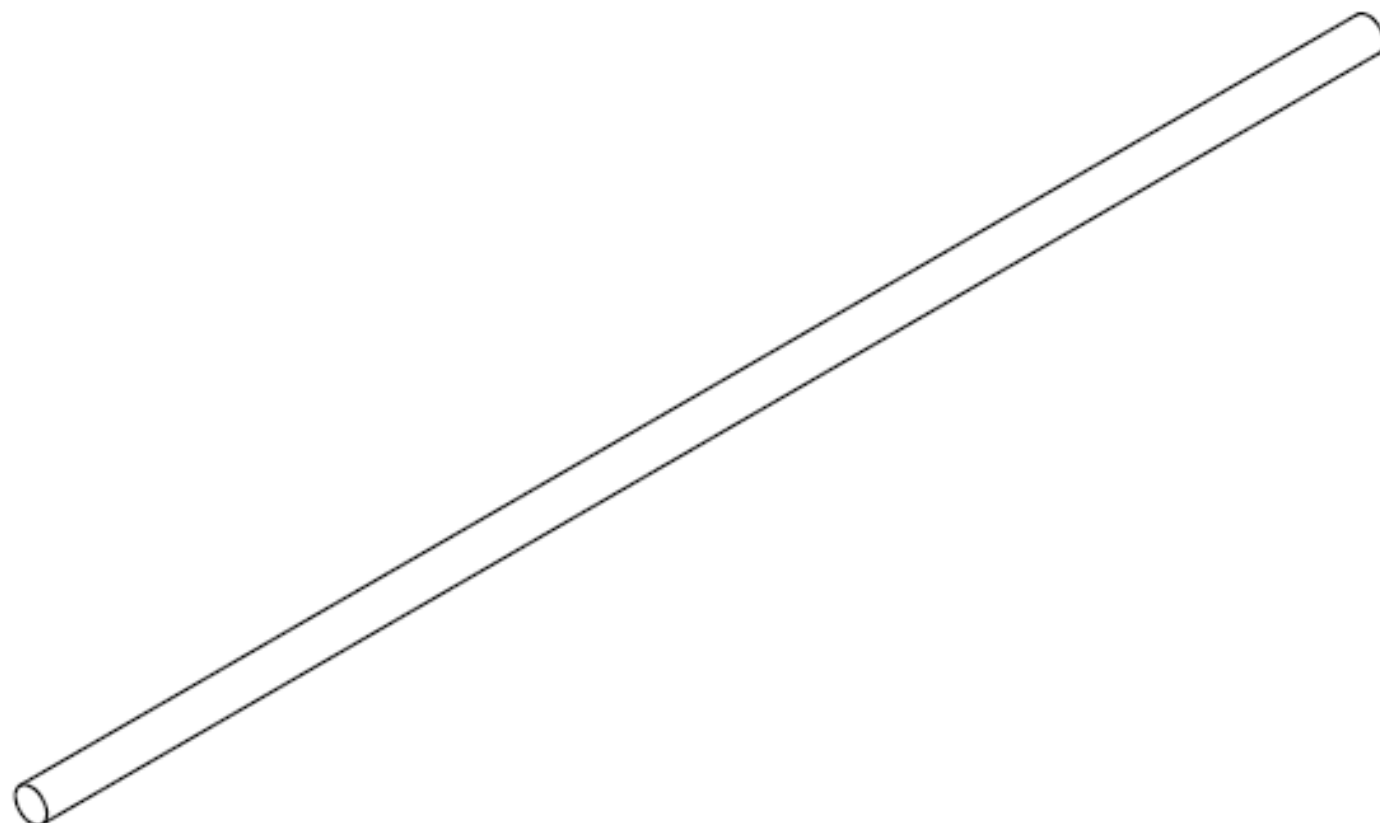
Dibujó: Fancisco A. Molina		Título <i>Rotorkit</i>		
Salvo indicación contraria cotas en milímetros ángulos en grados tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$		A4	Plano Disco Rotorkit -ISO	Rev
		Escala 1:1	Fecha	

SOLID EDGE ACADEMIC COPY



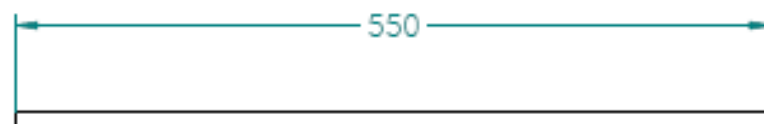
Dibujó: Fancisco A. Molina		Título: Rotorkit		
Salvo indicación contraria cotas en milímetros ángulos en grados tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$	A4	Plano	Disco Rotorkit	Rev
	Escala	1:1	Fecha	

SOLID EDGE ACADEMIC COPY



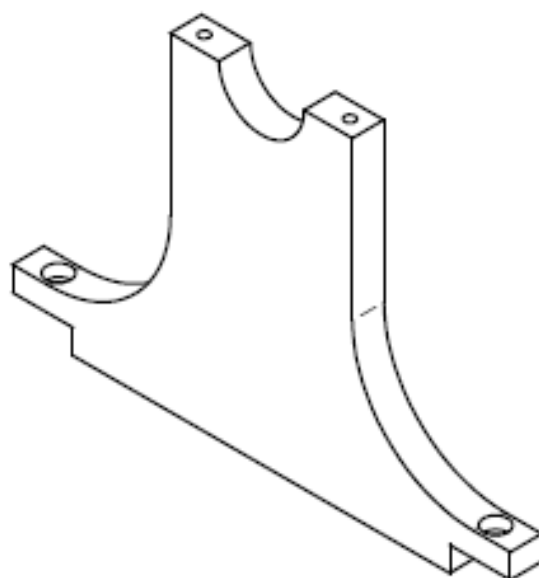
Dibujó: Fancisco A. Molina		Título <i>Rotorkit</i>		
Salvo indicación contraria cotas en milímetros ángulos en grados tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$	A4	Plano	Eje Rotorkit - ISO	Rev
	Escala	1:2	Fecha	

SOLID EDGE ACADEMIC COPY



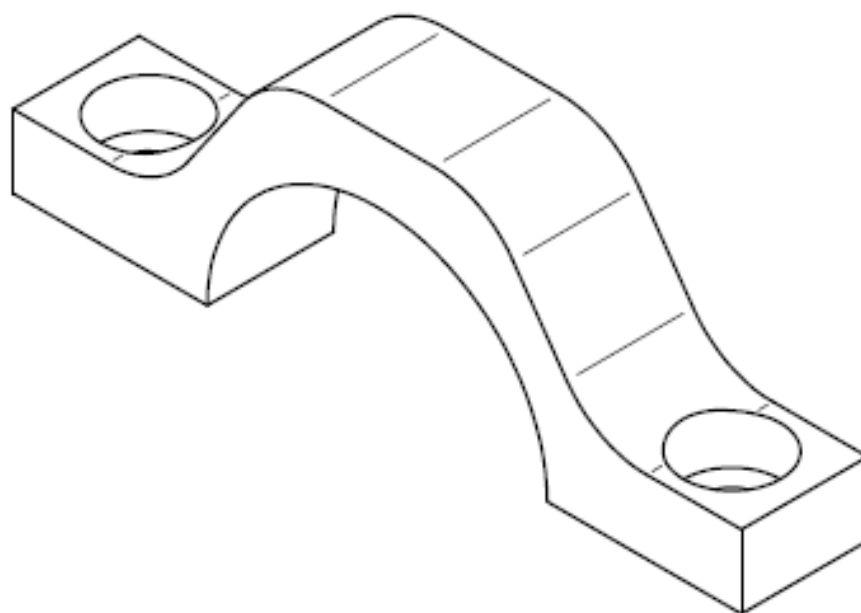
Eje, Diámetro 13 mm

Dibujó: Fancisco A. Molina		Título <i>Rotorkit</i>		
Salvo indicación contraria cotas en milímetros ángulos en grados tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$		A4	Plano Eje Rotorkit	Rev
		Escala 1:5	Fecha	



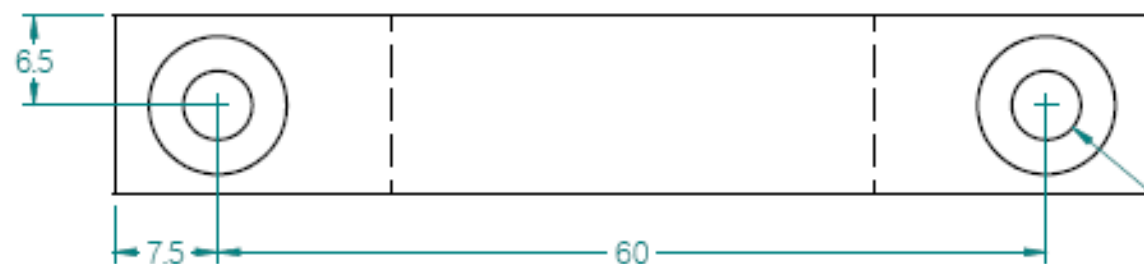
Dibujó: Fancisco A. Molina		Título Rotorkit	
Salvo indicación contraria cotas en milímetros ángulos en grados tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$	A4	Plano Apoyo Rodamiento - ISO	Rev
	Escala 1:2	Fecha	

SOLID EDGE ACADEMIC COPY

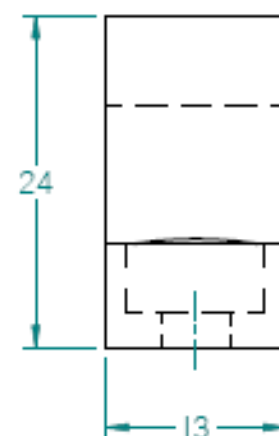
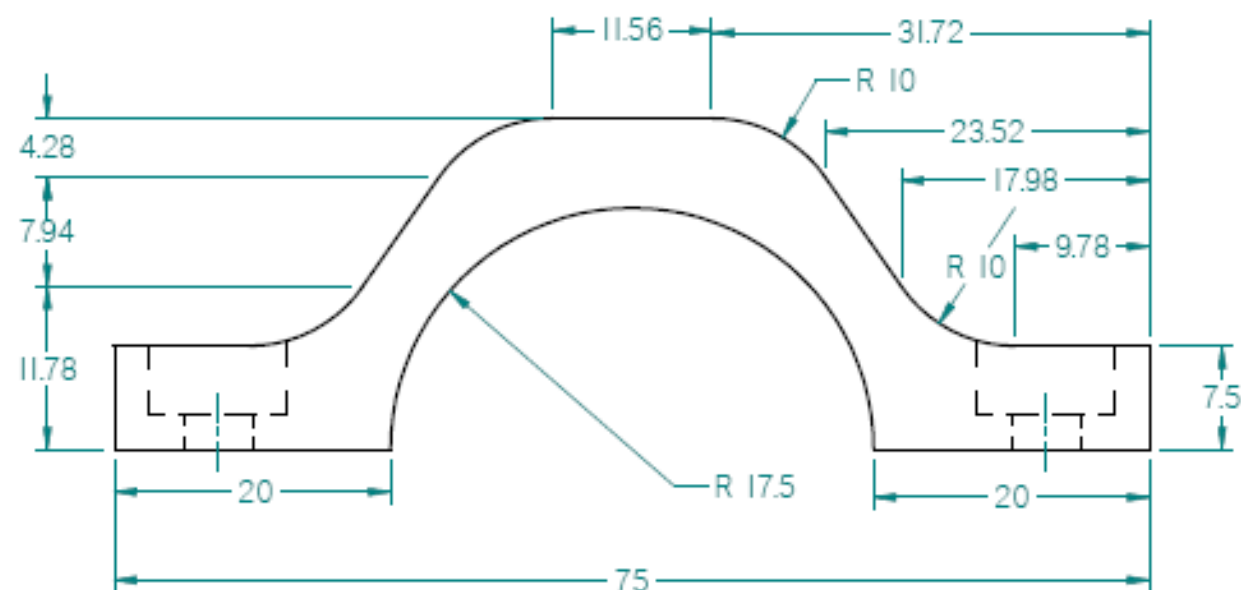


Dibujó: Fancisco A. Molina		Título Rotorkit		
Salvo indicación contraria cotas en milímetros ángulos en grados tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$		A4	Plano Sujetador Rodamiento - ISO	Rev
		Escala 2:1	Fecha	

SOLID EDGE ACADEMIC COPY



2 x L 10 ∇ 5 \varnothing 5 Pasante



Dibujó: **Fancisco A. Molina**

Título **Rotorkit**

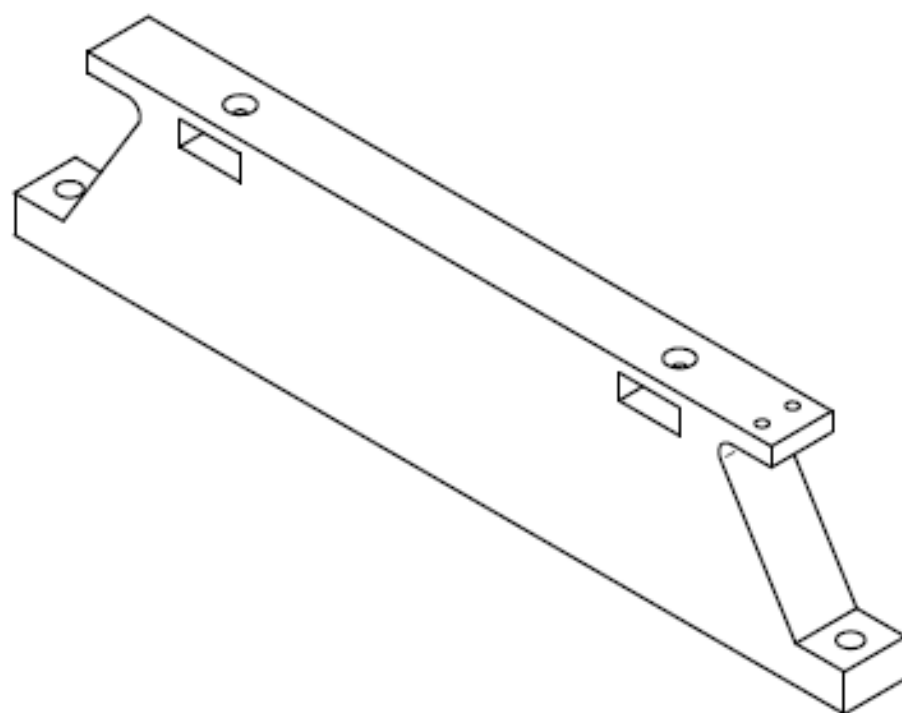
Salvo indicación contraria
cotas en milímetros
ángulos en grados
tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$

A4 Plano Sujetador Rodamiento

Rev

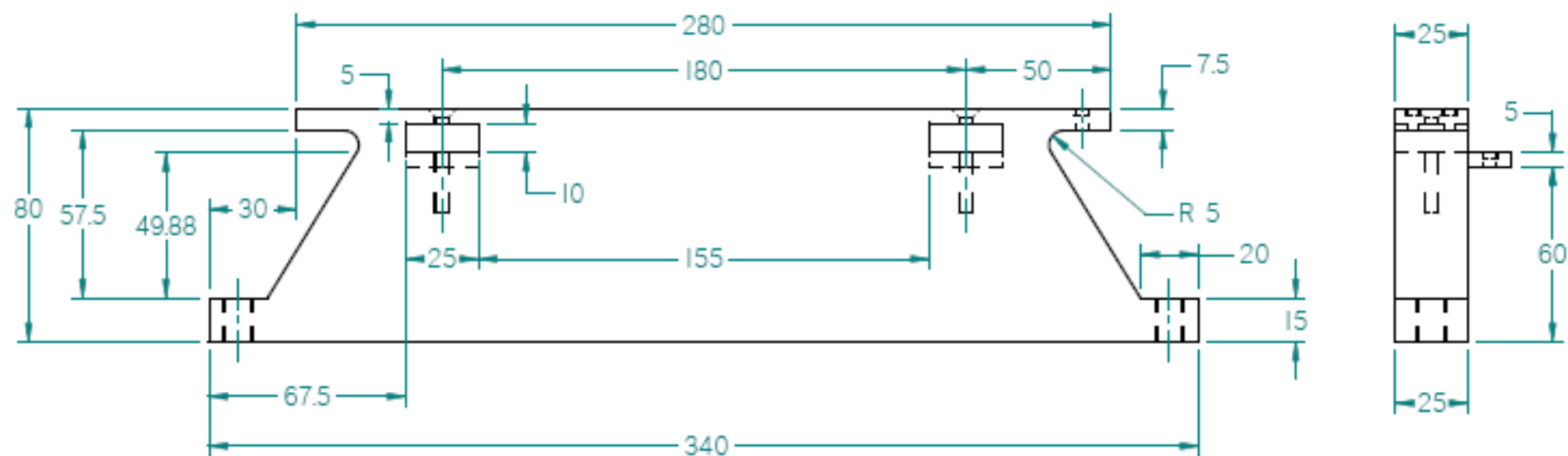
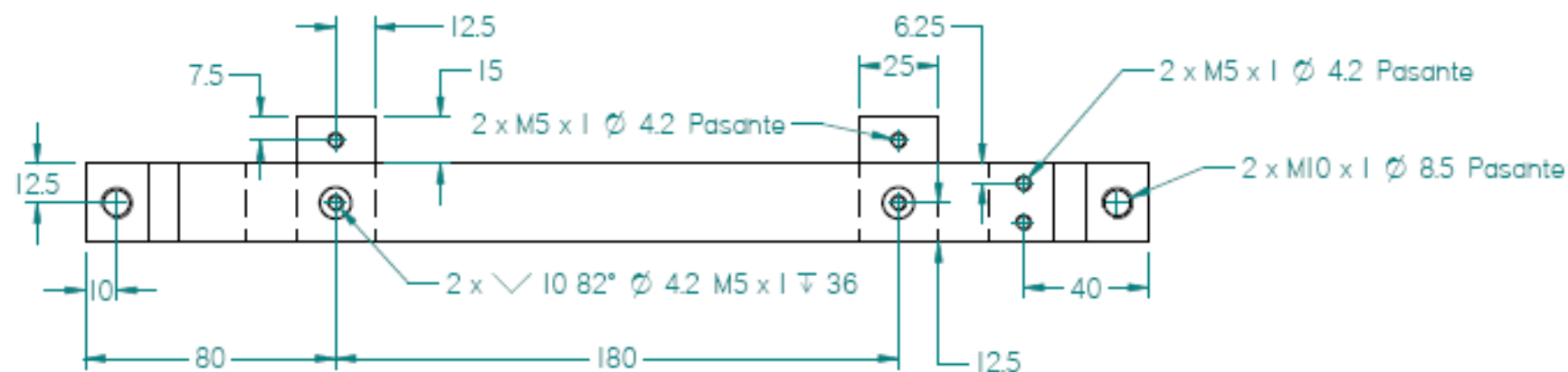
Escala Fecha

SOLID EDGE ACADEMIC COPY



Dibujó: Fancisco A. Molina		Título Rotorkit		
Salvo indicación contraria cotas en milímetros ángulos en grados tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$		A4	Plano	Rev
		Base 1 - ISO		
		Escala Fecha		

SOLID EDGE ACADEMIC COPY



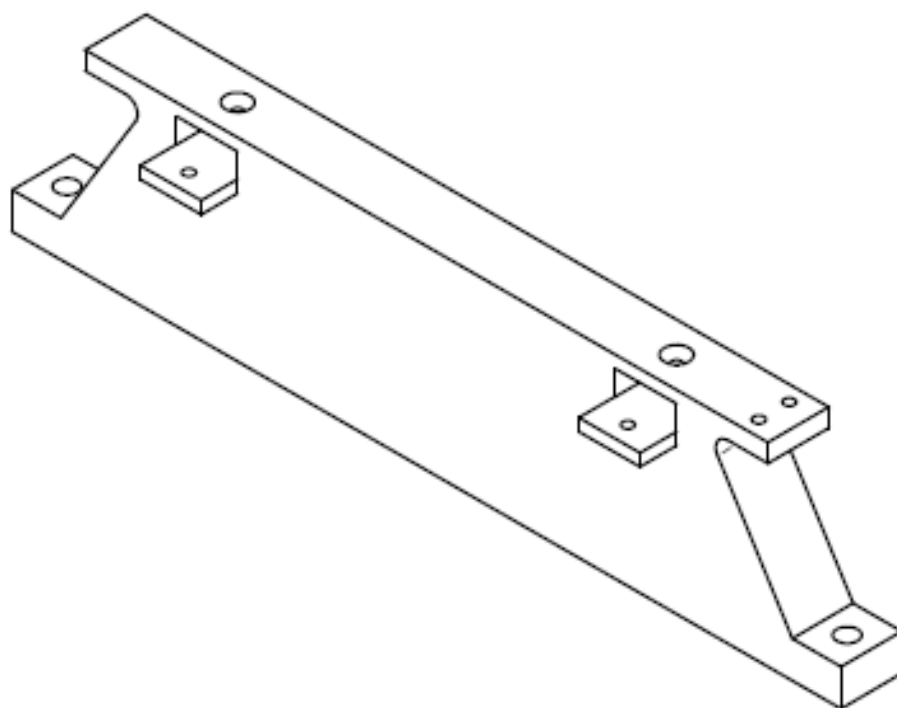
Dibujó: **Fancisco A. Molina**

Título **Rotorkit**

Salvo indicación contraria
cotas en milímetros
ángulos en grados
tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$

A4	Plano	Base 1	Rev
Escala		Fecha	

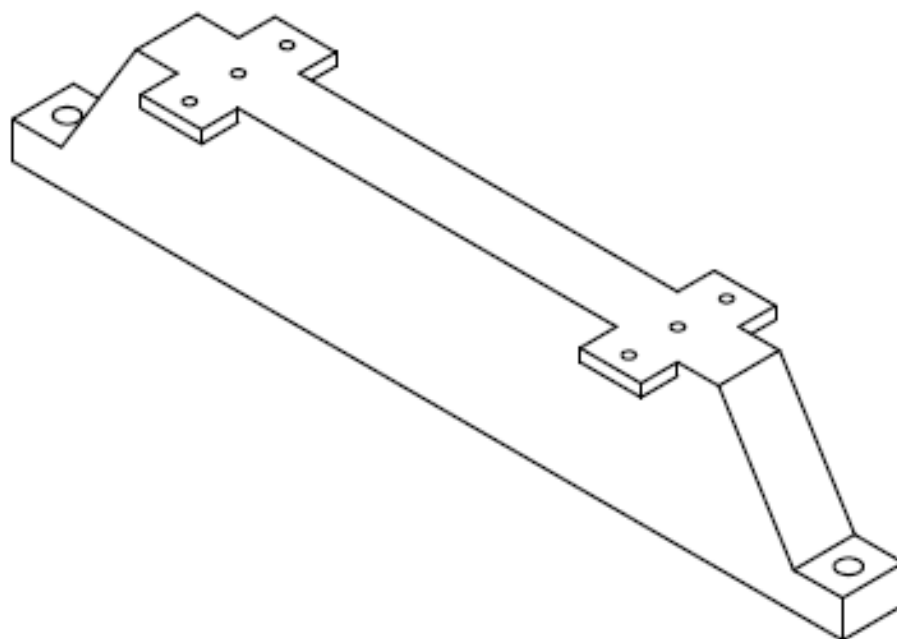
SOLID EDGE ACADEMIC COPY



Dibujó: Fancisco A. Molina		Título Rotorkit		
Salvo indicación contraria cotas en milímetros ángulos en grados tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$	A4	Plano	Base 2 - ISO	Rev
	Escala	1:2	Fecha	

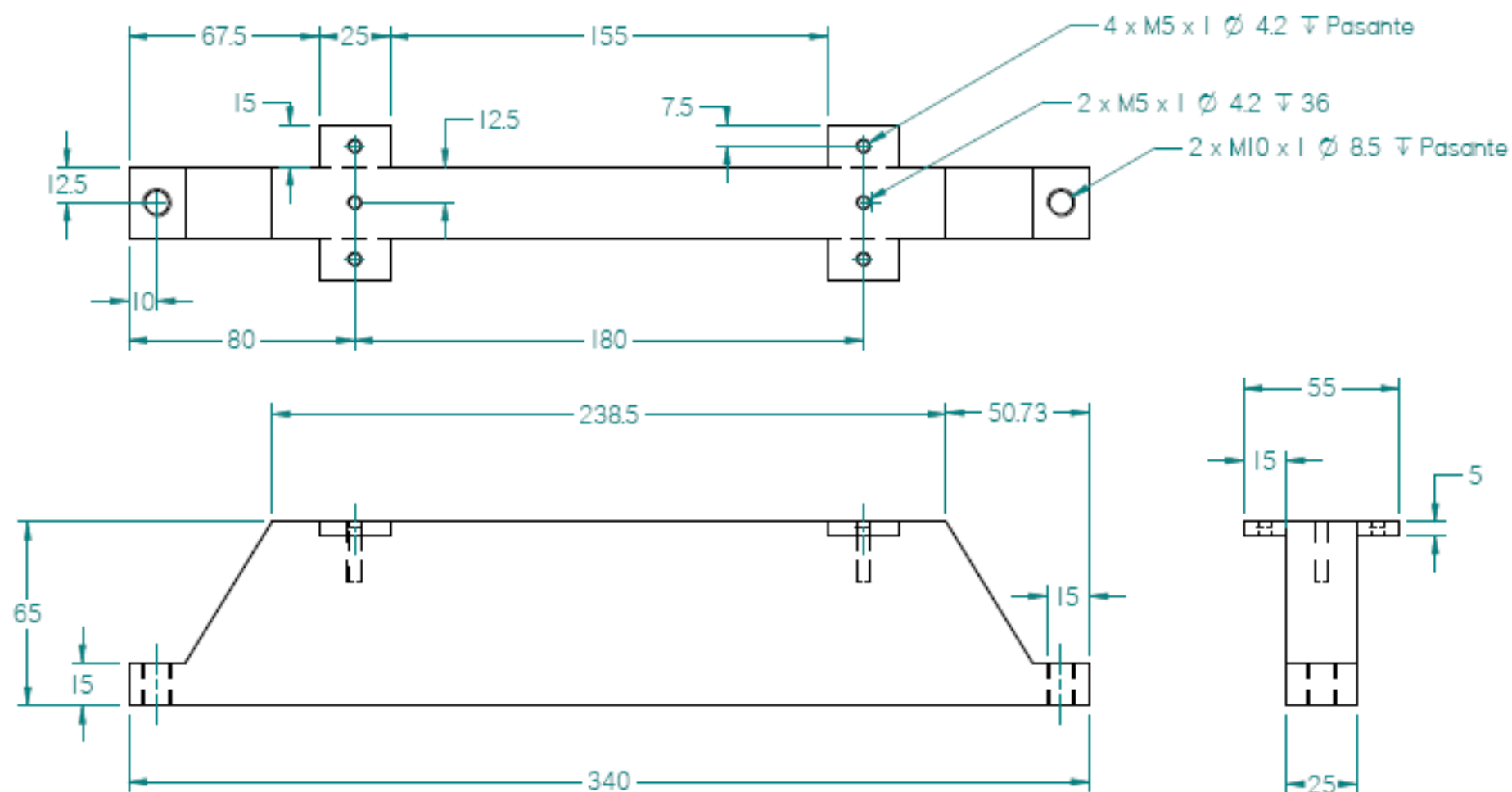
SOLID EDGE ACADEMIC COPY

Dibujó: Fancisco A. Molina	Título Rotorkit		
Salvo indicación contraria cotas en milímetros ángulos en grados tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$	A4	Plano Base 2	Rev
	Escala <i>Fecha</i>		



Dibujó: Fancisco A. Molina		Título Rotorkit		
Salvo indicación contraria cotas en milímetros ángulos en grados tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$		A4	Plano	Rev
		Base 3 - ISO		
		Escala	1:2	Fecha

SOLID EDGE ACADEMIC COPY



Dibujó: **Fancisco A. Molina**

Título

Rotorkit

Salvo indicación contraria
cotas en milímetros
ángulos en grados
tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$

A4

Plano

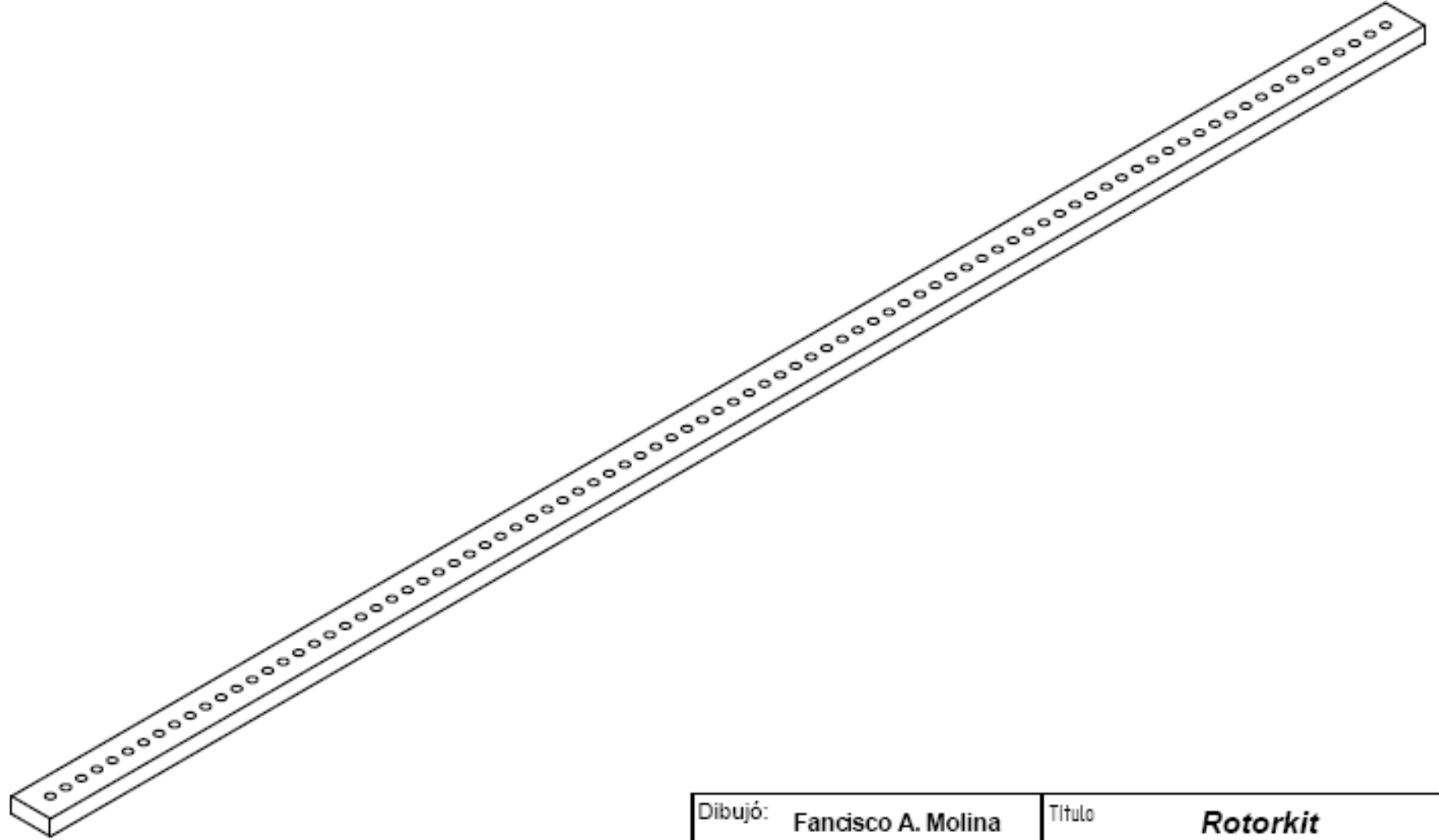
Base 3

Rev

Escala 1:2

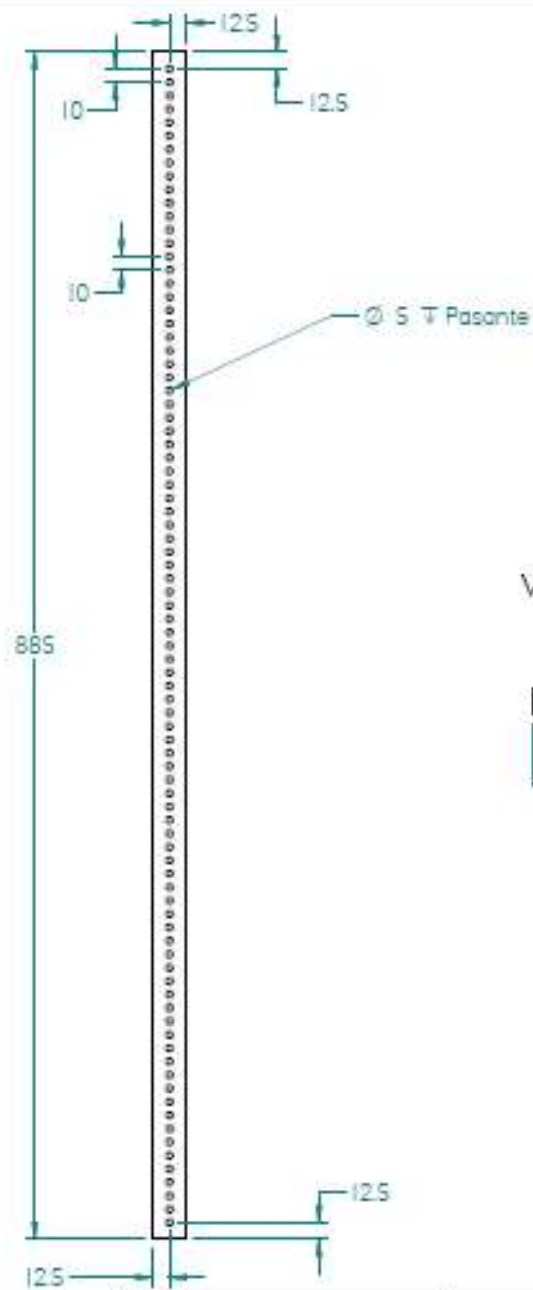
Fecha

SOLID EDGE ACADEMIC COPY

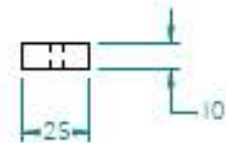


SOLID EDGE ACADEMIC COPY

Dibujó: Fancisco A. Molina		Título Rotorkit	
Salvo indicación contraria cotas en milímetros ángulos en grados tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$		A4	Rev
		Escala	Fecha

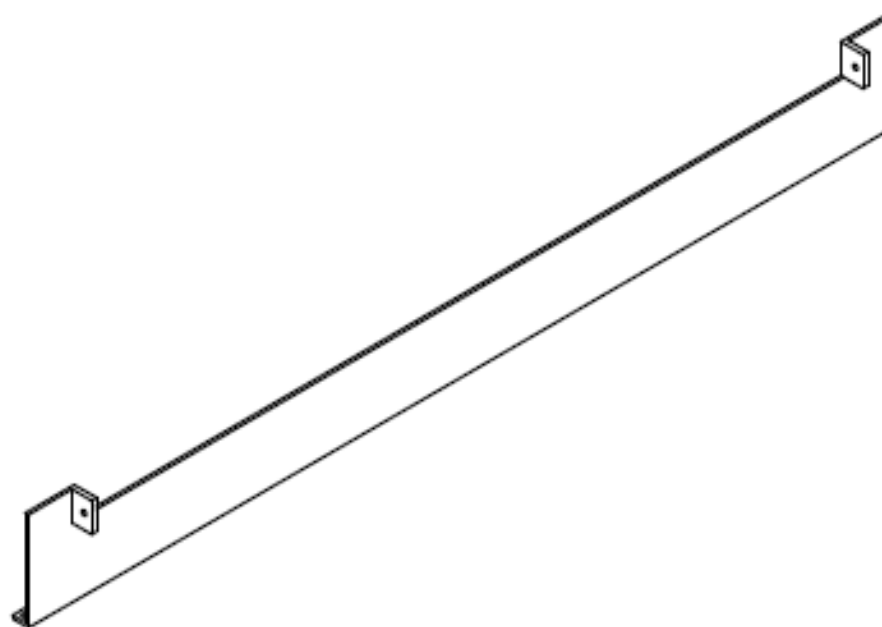


VISTA FRONTAL



DISTANCIA ENTRE
AGUJEROS
DE 10 mm

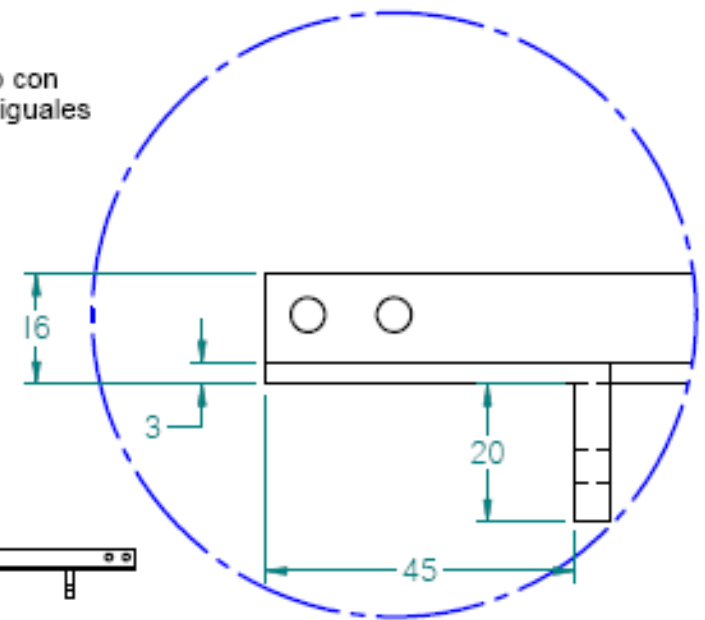
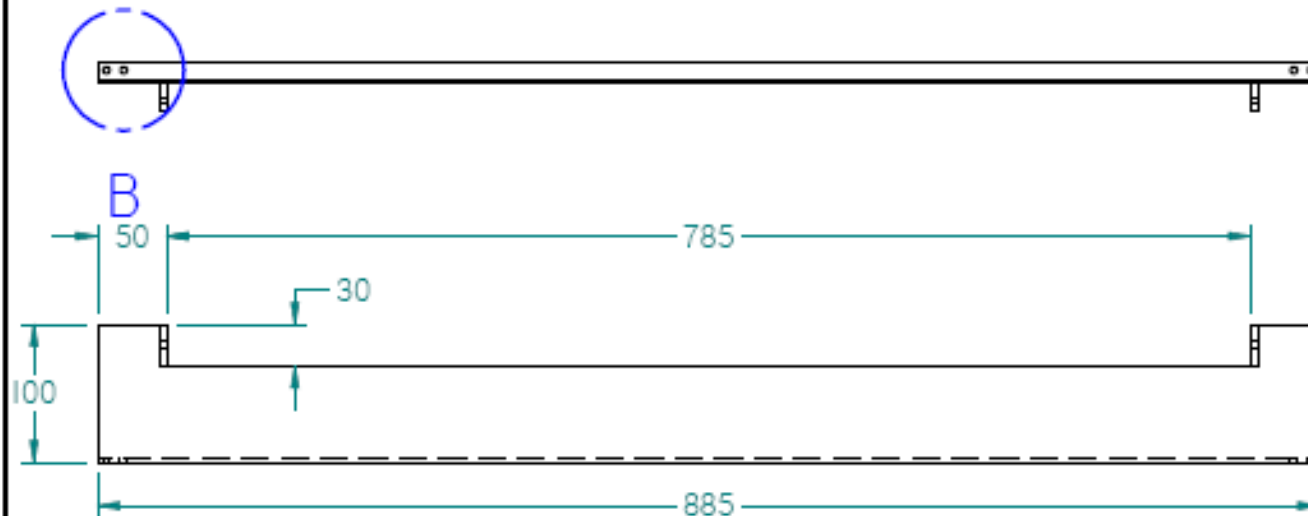
Dibujó: Fancisco A.Molina		Título: Rotorkit	
Salvo indicación contraria cotas en milímetros ángulos en grados tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$		A4	Rev
		Escala	Fecha



Dibujó: Fancisco A. Molina		Título Rotorkit		
Salvo indicación contraria cotas en milímetros ángulos en grados tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$		A4	Plano Tapa Posterior -ISO	Rev
		Escala 1:5	Fecha	

SOLID EDGE ACADEMIC COPY

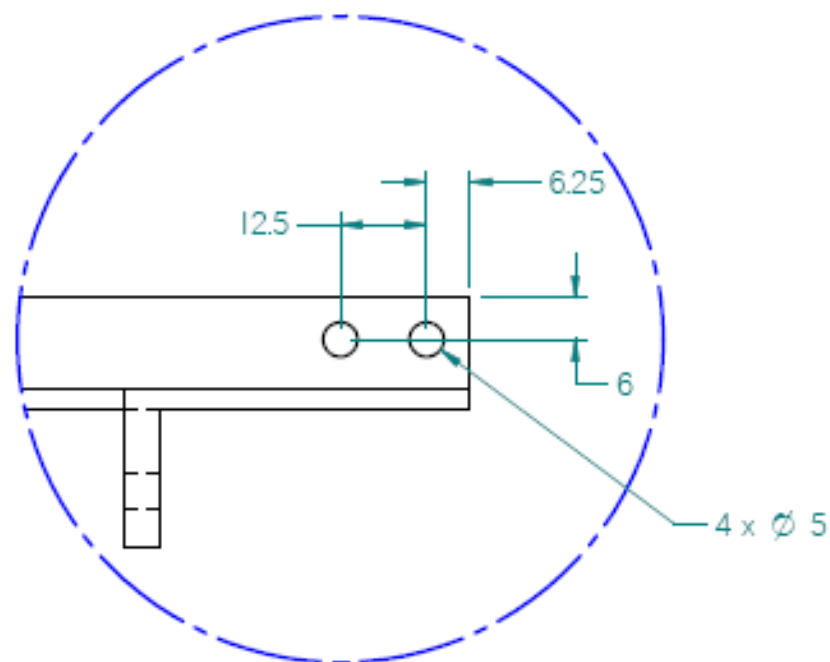
Lado opuesto con
dimensiones iguales



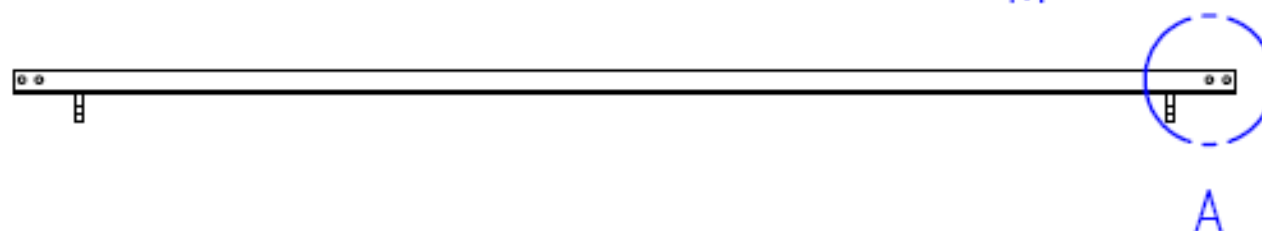
DETALLE B
1:1

Para detalle de los agujeros
pase al siguiente plano

Dibujó: Fancisco A. Molina		Título Rotorkit		
Salvo indicación contraria cotas en milímetros ángulos en grados tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$	A4	Plano	Tapa Posterior - Vista Frontal y Superior	Rev
	Escala 1:5		Fecha	

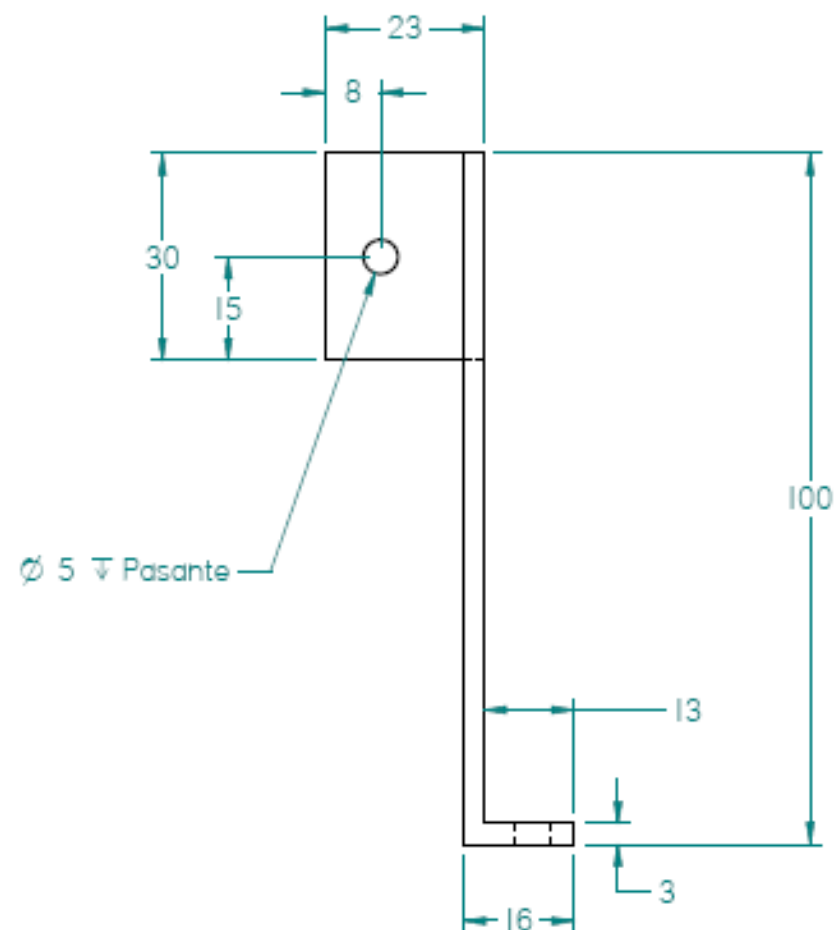


DETALLE A
1:1



Lado opuesto con iguales dimensiones

Dibujó: Fancisco A. Molina		Título Rotorkit		
Salvo indicación contraria cotas en milímetros ángulos en grados tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$		A4	Plano Tapa Posterior Detalle Agujeros	Rev
		Escala 1:5	Fecha	



Dibujó: **Fancisco A. Molina**

Título

Rotorkit

Salvo indicación contraria
cotas en milímetros
ángulos en grados
tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$

A4

Plano

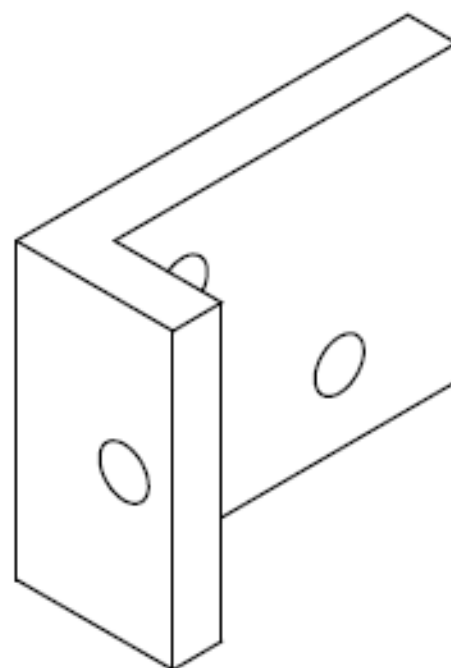
Tapa Posterior
Vista Lateral

Rev

Escala 1:1

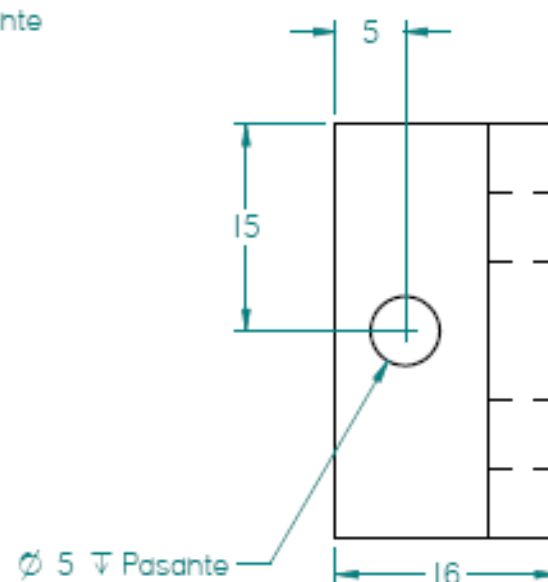
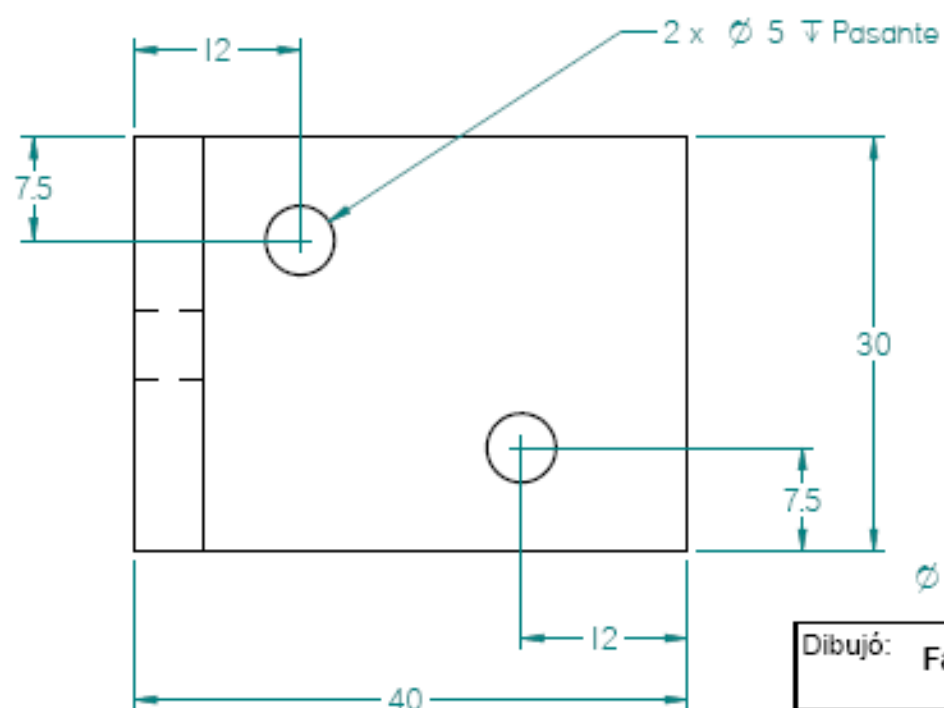
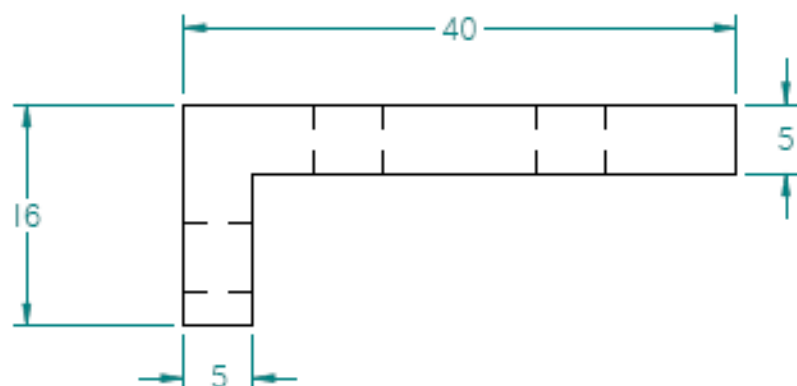
Fecha

SOLID EDGE ACADEMIC COPY



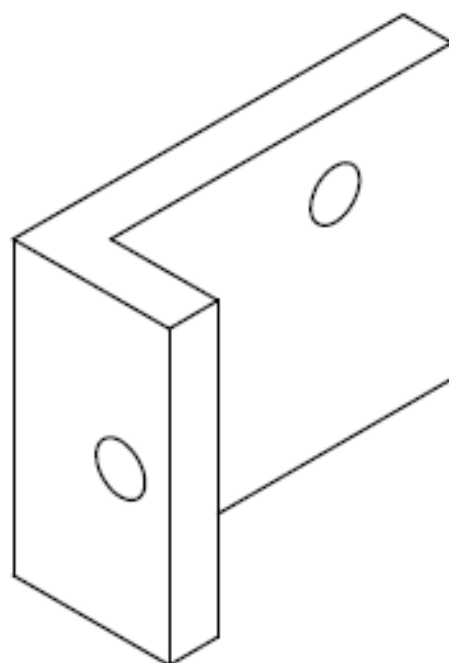
Dibujó: Fancisco A. Molina		Título Rotorkit		
Salvo indicación contraria cotas en milímetros ángulos en grados tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$	A4	Plano	Soporte Acrílico - ISO	Rev
	Escala	2:1	Fecha	

SOLID EDGE ACADEMIC COPY



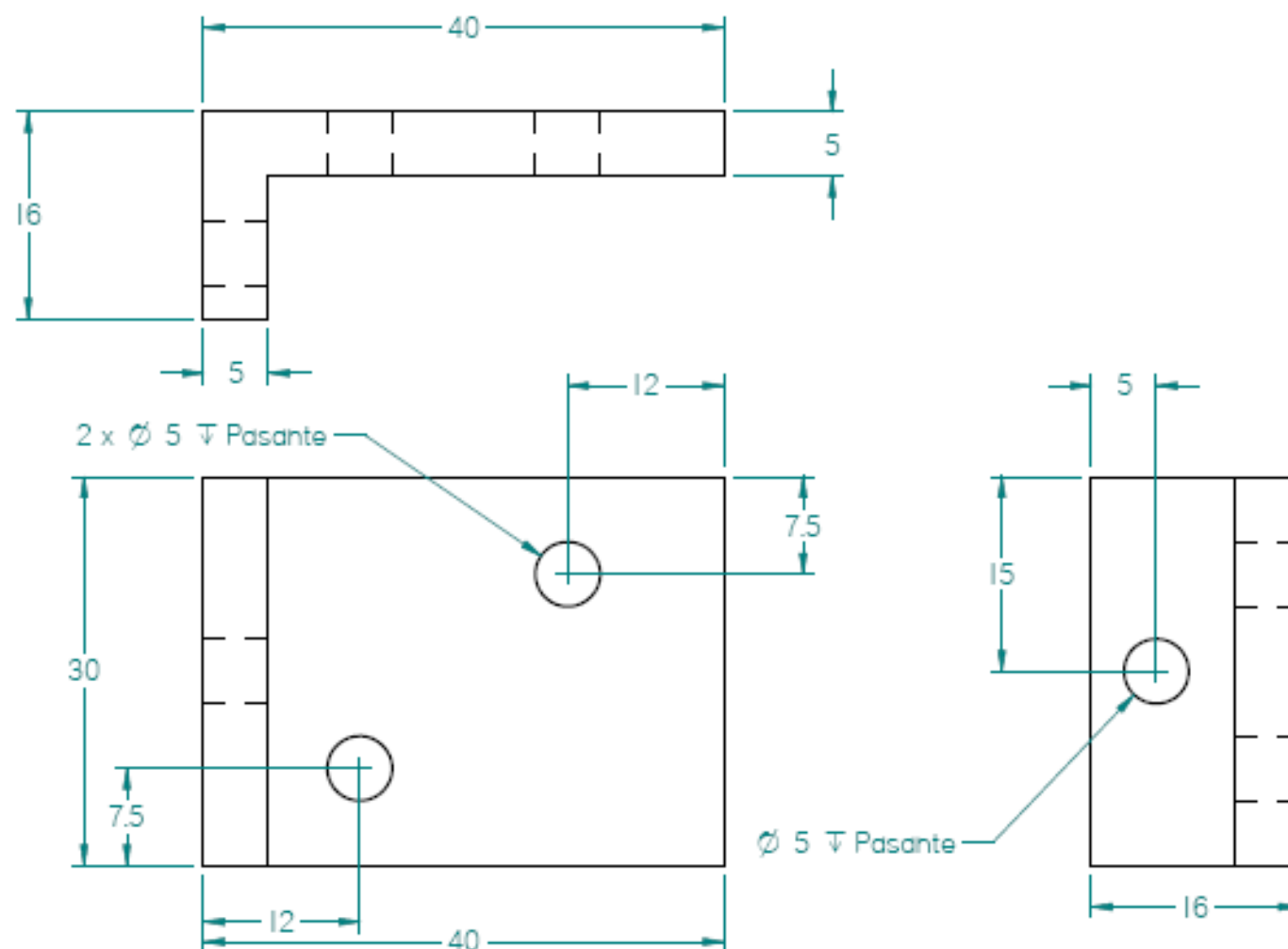
Dibujó: Fancisco A. Molina		Título Rotorkit		
Salvo indicación contraria cotas en milímetros ángulos en grados tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$		A4	Plano	Rev
		Soporte Acrilico		
		Escala 2:1		Fecha

SOLID EDGE ACADEMIC COPY



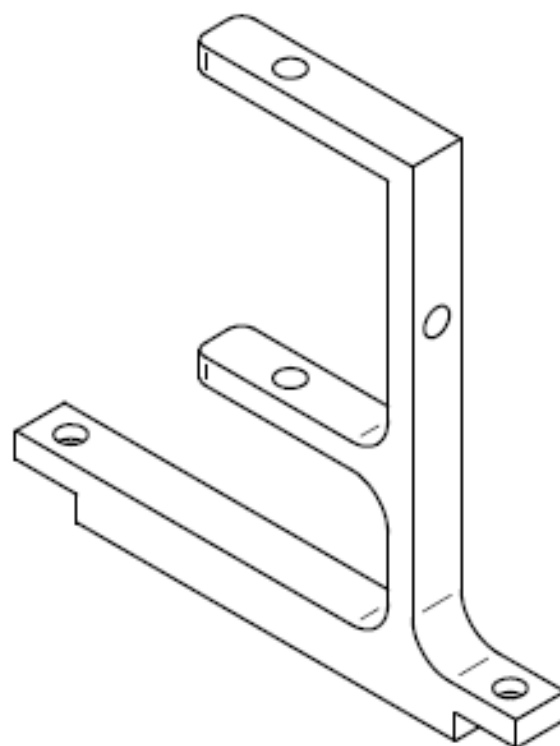
Dibujó: Fancisco A. Molina		Título Rotorkit		
Salvo indicación contraria cotas en milímetros ángulos en grados tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$	A4	Plano	Soporte Acrílico 2 - ISO	Rev
	Escala	2:1	Fecha	

SOLID EDGE ACADEMIC COPY



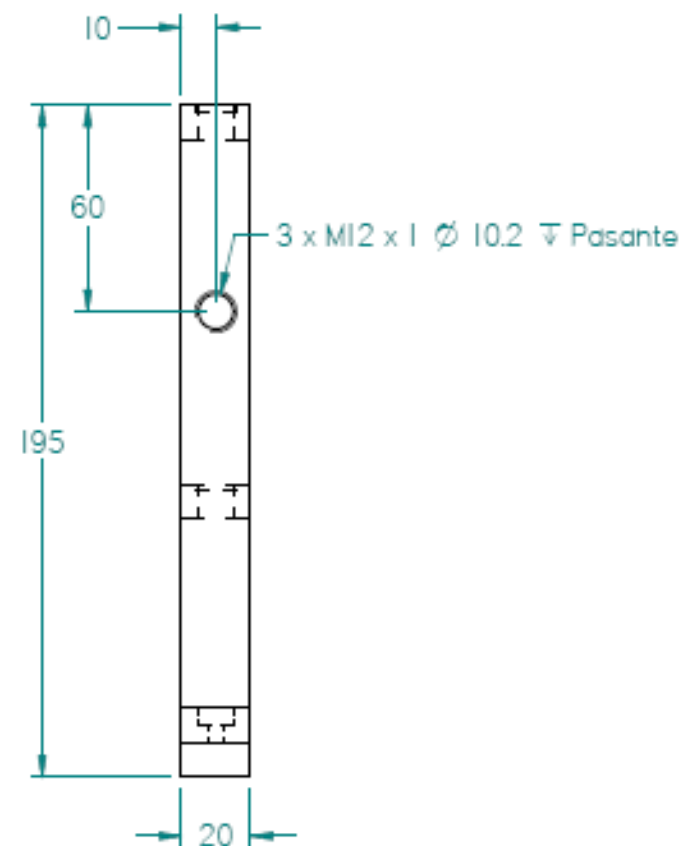
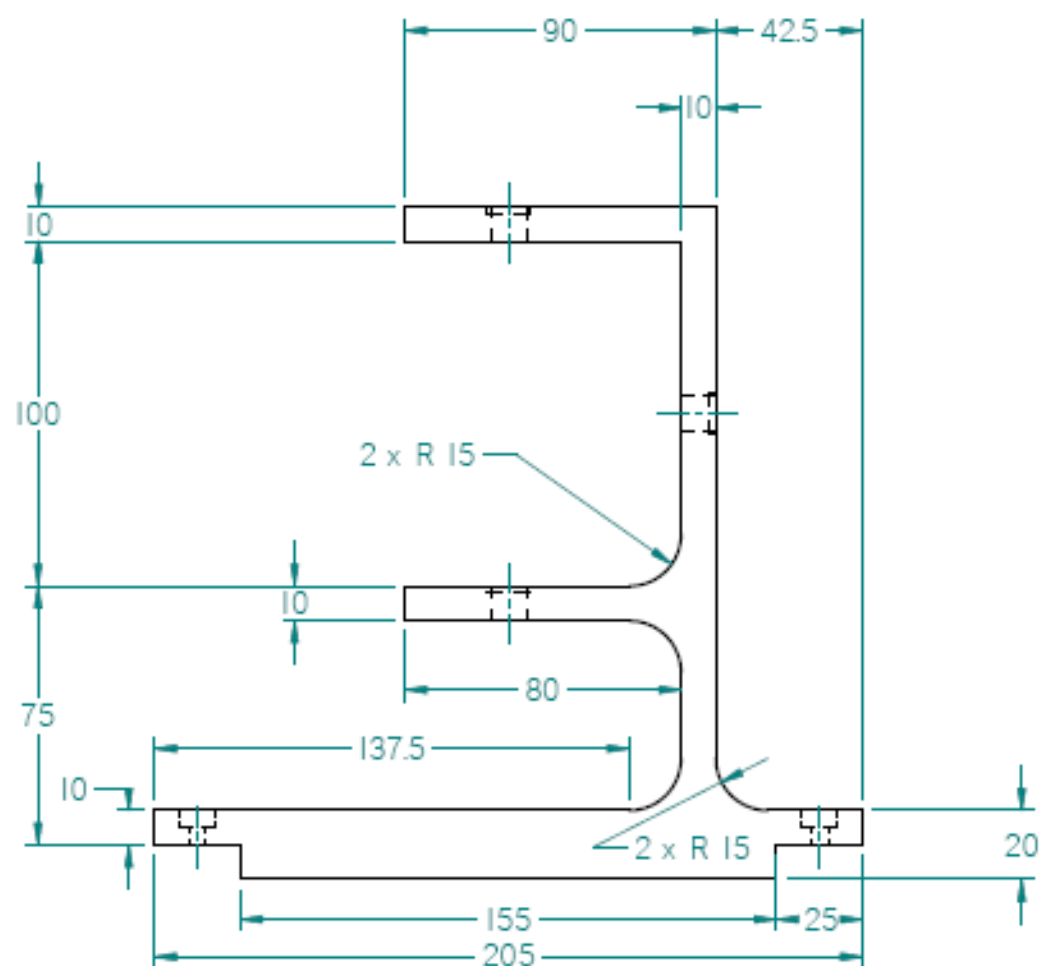
Dibujó: Fancisco A. Molina		Título Rotorkit		
Salvo indicación contraria cotas en milímetros ángulos en grados tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$		A4	Plano Soporte Acrilico 2	Rev
		Escala	2:1	Fecha

SOLID EDGE ACADEMIC COPY



Dibujó: Fancisco A. Molina		Título Rotorkit		
Salvo indicación contraria cotas en milímetros ángulos en grados tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$		A4	Plano Soporte Sensores - ISO	Rev
		Escala	1:2	Fecha

SOLID EDGE ACADEMIC COPY



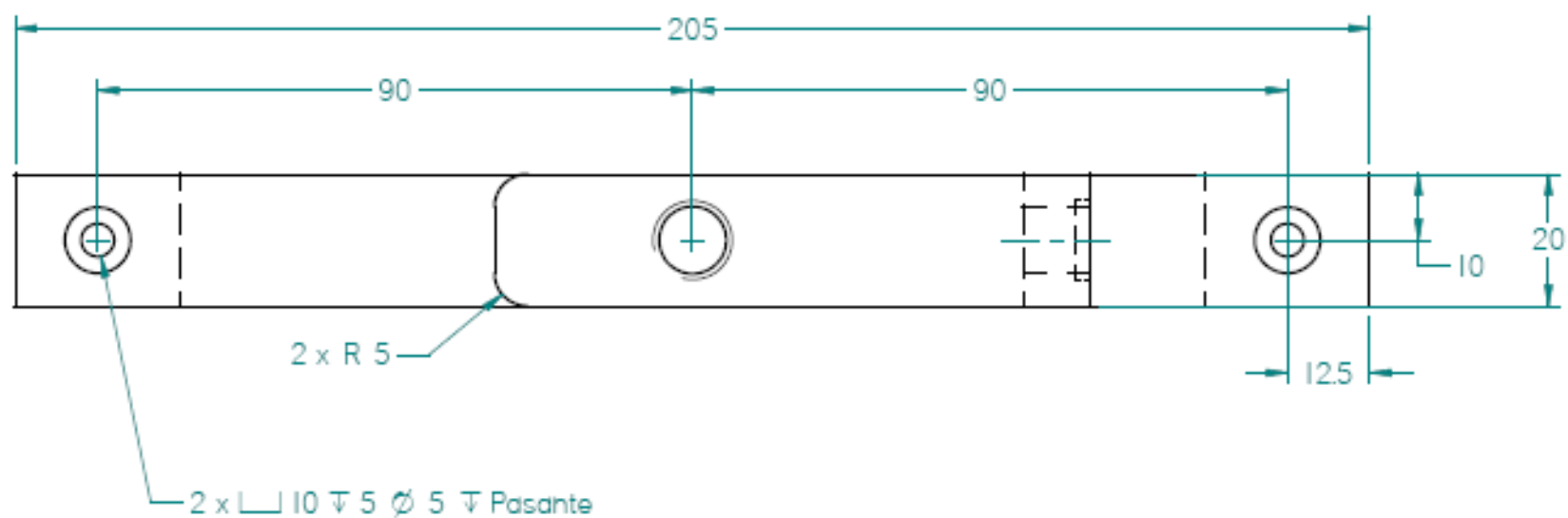
Dibujó: **Fancisco A. Molina**

Título **Rotorkit**

Salvo indicación contraria
cotas en milímetros
ángulos en grados
tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$

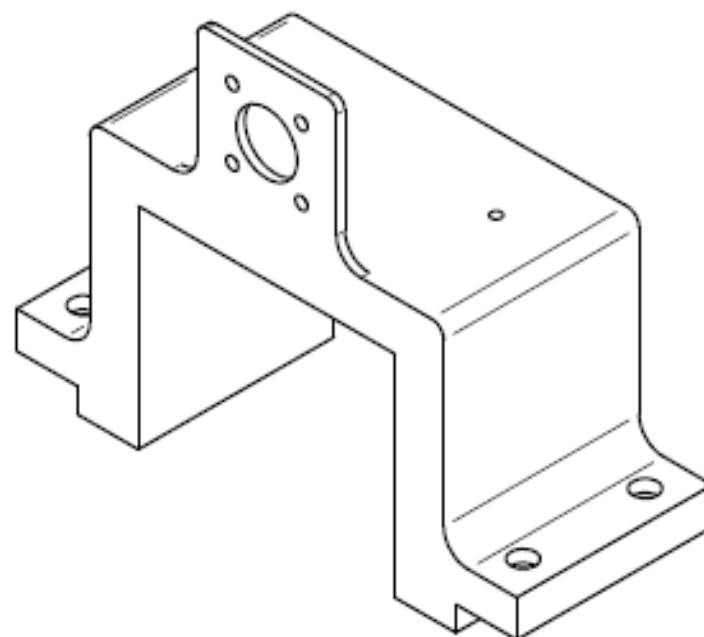
A4	Plano	Soporte Sensores Vista Frontal y Lateral	Rev
Escala	1:2	Fecha	

SOLID EDGE ACADEMIC COPY



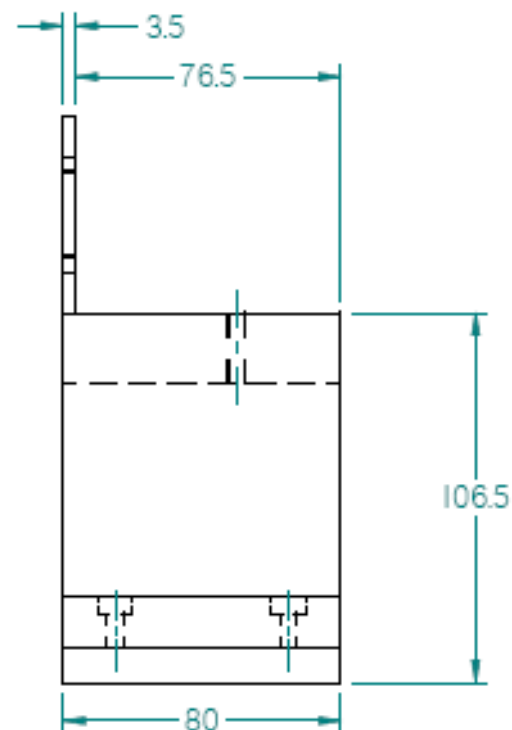
Dibujó: Fancisco A. Molina		Título: Rotorkit		
Salvo indicación contraria cotas en milímetros ángulos en grados tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$	A4	Plano	Soporte Sensores Vista Superior	Rev
	Escala	1:1	Fecha	

SOLID EDGE ACADEMIC COPY

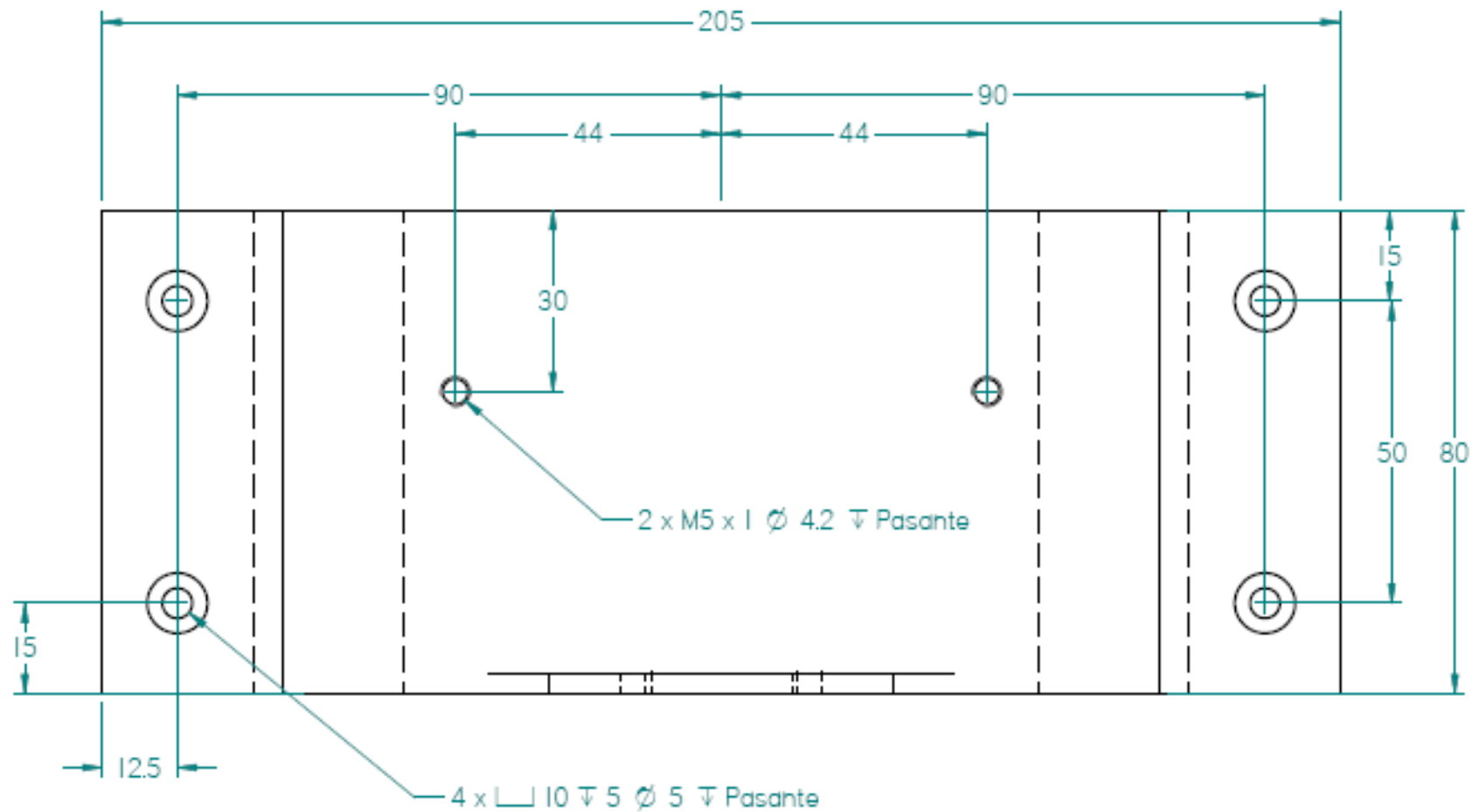


Dibujó: Fancisco A. Molina		Título Rotorkit		
Salvo indicación contraria cotas en milímetros ángulos en grados tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$		A4	Plano Soport Motor - ISO	Rev
		Escala	1:2	Fecha

SOLID EDGE ACADEMIC COPY

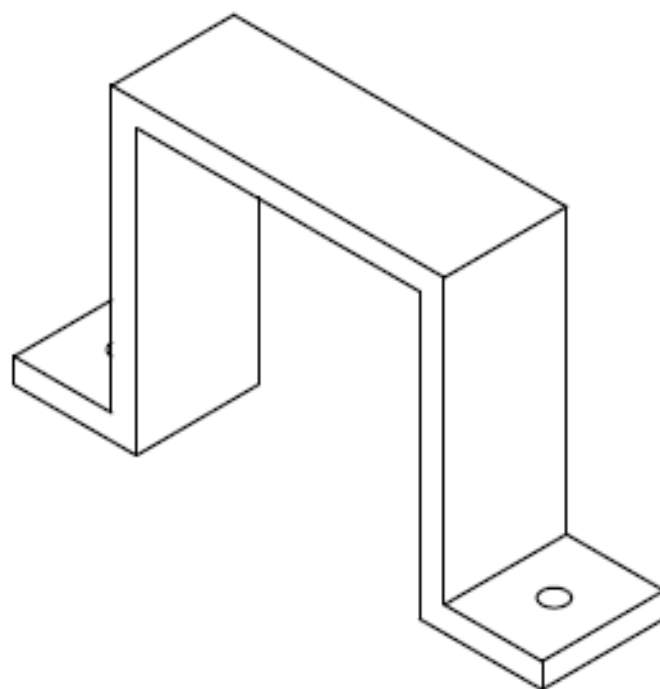


Escala	1:2	Fecha
--------	-----	-------



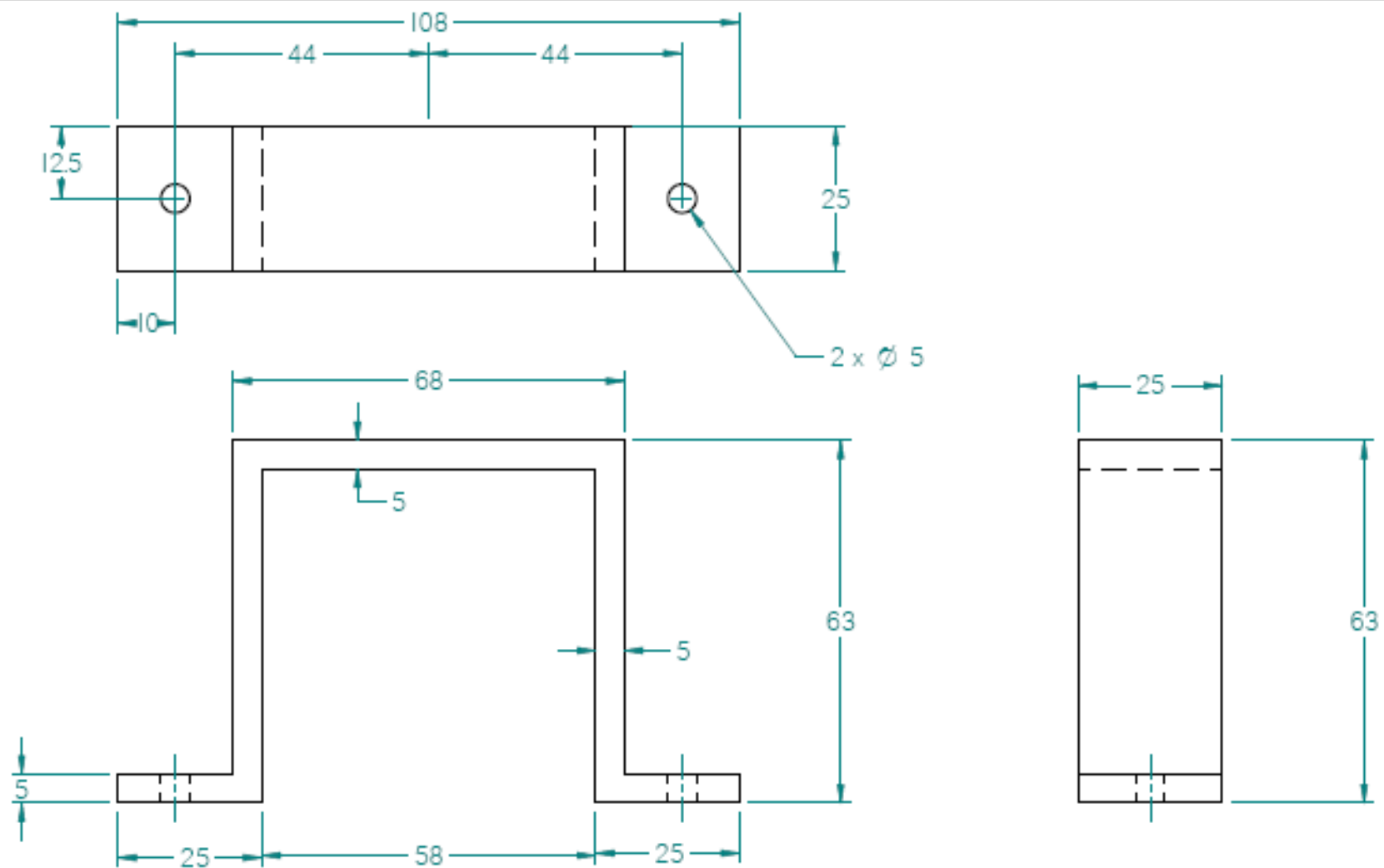
Dibujó: Fancisco A. Molina		Título Rotorkit		
Salvo indicación contraria cotas en milímetros ángulos en grados tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$	A4	Plano Soporte Motor Vista Superior		Rev
	Escala 1:1		Fecha	

SOLID EDGE ACADEMIC COPY



Dibujó: Fancisco A. Molina		Título Rotorkit		
Salvo indicación contraria cotas en milímetros ángulos en grados tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$		A4	Plano Platina de Ajuste - ISO	Rev
		Escala	1:1	Fecha

SOLID EDGE ACADEMIC COPY



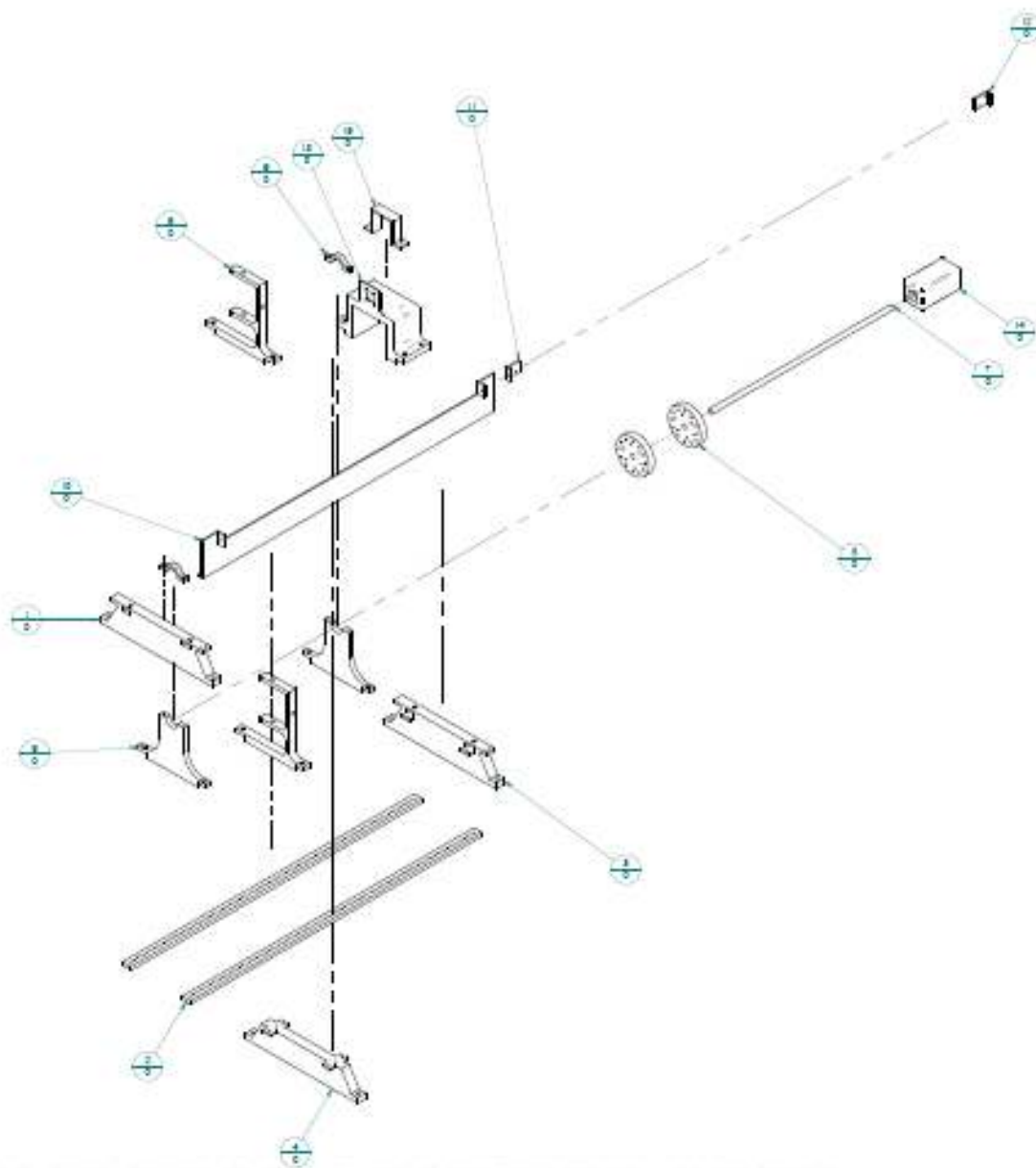
Dibujó: **Fancisco A. Molina**

Título **Rotorkit**

Salvo indicación contraria
cotas en milímetros
ángulos en grados
tolerancias $\pm 0,5$ y $\pm 1^\circ$

A4	Plano	Platina de Ajuste	Rev
Escala	1:1	Fecha	

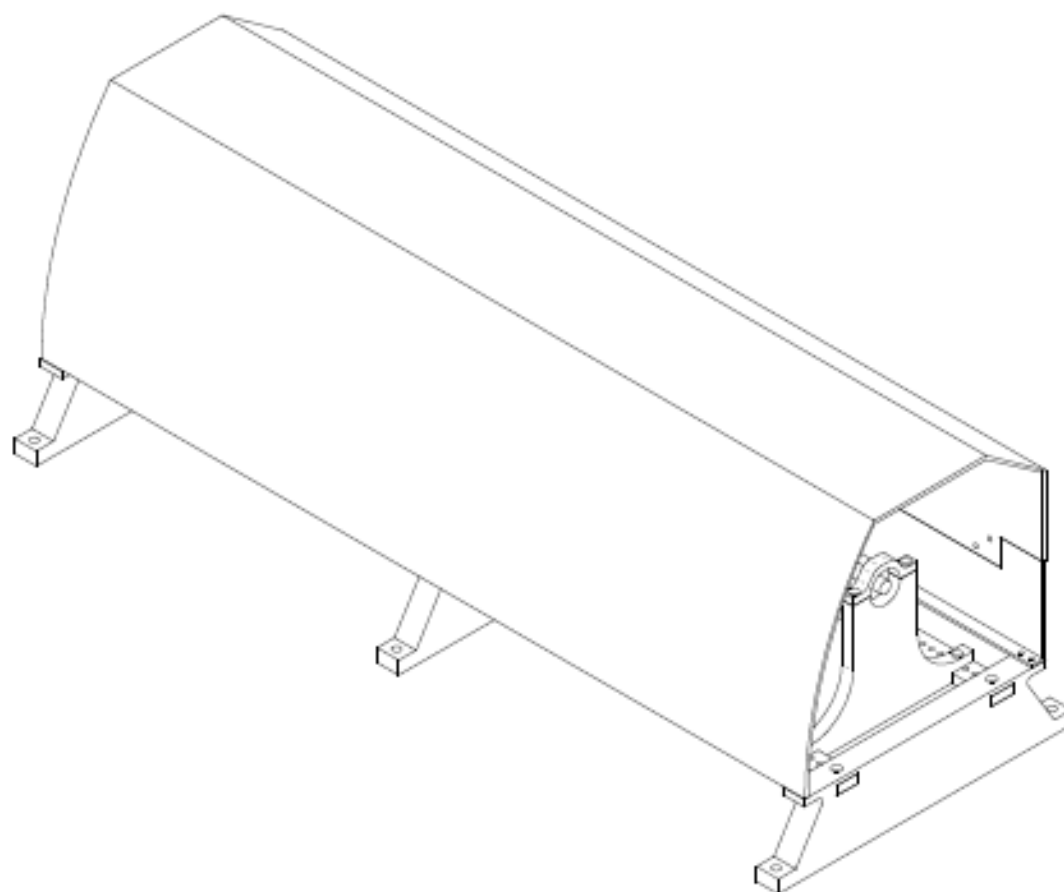
SOLID EDGE ACADEMIC COPY



Numéro de pièce	Titre	Matériau	Quantité
1			1
2			2
3			1
4			1
5			2
6			2
7			1
8			2
9			2
10			1
11			1
12			1
13			1
14			1
15			1
16			1
17			1
18			1

SOLID EDGE ACADEMIC COPY

Client	Fédération A. Malin	Thème	Robotique
Date d'émission de l'ordre de fabrication		à l'ordre	
Approuvé par le client		Date	



SOLID EDGE ACADEMIC COPY

Client	Parsons A. Moline		Ther	Rohrer	
Date de livraison complète Date de livraison Date de livraison Date de livraison	à l'ordre		à l'ordre		à l'ordre
	Date		Date		Date